

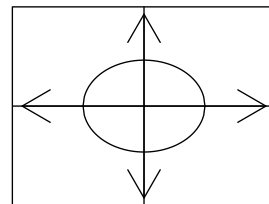
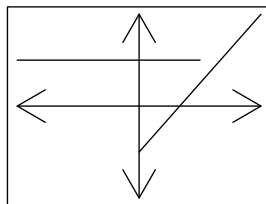
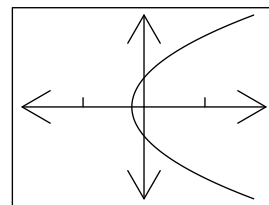
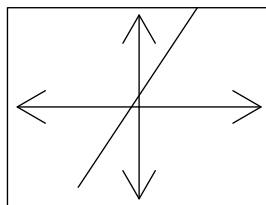
Práctica 1: Funciones Reales

Ejercicio 1 Haga un gráfico que refleje la evolución de la temperatura del agua a lo largo del tiempo atendiendo a la siguiente descripción:

“ Saqué del fuego una cacerola con agua hirviendo. Al principio, la temperatura bajó con rapidez, de modo que a los 5 minutos estaba en 60 grados. Luego, fue enfriándose con más lentitud. A los 20 minutos de haberla sacado estaba en 30 grados y 20 minutos después seguía teniendo algo más de 20 grados, temperatura de la cual no bajó, pues era la temperatura que había en la cocina.”

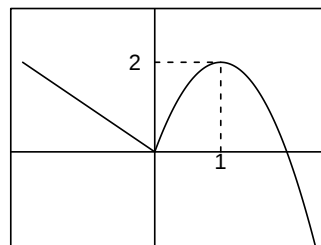
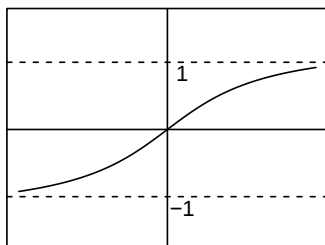
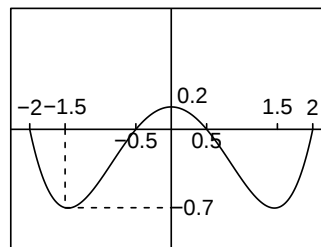
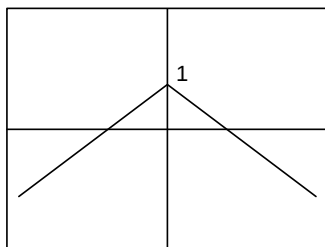
¿Es el gráfico que hizo el único que respeta las consignas anteriores?

Ejercicio 2 Dados los siguientes conjuntos del plano, determine, en cada caso, si existe una función cuyo gráfico sea el dado.



Ejercicio 3 Dibuje una función que sea creciente en los intervalos $(-\infty, -1)$ y $(2, +\infty)$, cuyo valor máximo sea 4 y se alcance en $x = -1$ y cuyo valor mínimo sea -3 y se alcance en $x = 2$.

Ejercicio 4 Dados los siguientes gráficos de funciones, determine, en cada caso, en qué intervalos es creciente, en qué intervalos es decreciente, en qué punto alcanza su máximo, en que punto alcanza su mínimo y cuál es el valor mínimo y/o el valor máximo.



Ejercicio 5

a) Encuentre, en cada caso, una función lineal f que satisfaga

i) $f(1) = 5$ y $f(-3) = 2$.

iii) $f(0) = 4$ y $f(3) = 0$.

ii) $f(-1) = 3$ y $f(80) = 3$.

iv) $f(0) = b$ y $f(a) = 0$, donde a y b son números fijos.

b) Calcule en i) y en ii) $f(0)$. Calcule en iii) $f(-2)$

c) Encuentre la pendiente de las rectas que son gráficas de las funciones lineales dadas en a). Haga un gráfico de tales rectas.

Ejercicio 6 Halle la ecuación de la recta de pendiente m que pasa por el punto P siendo

a) $P = (2; 3), m = 1$

c) $P = (3; -4), m = -2$

b) $P = (1; 5), m = 0$

d) $P = (0; b), m = 1$

Ejercicio 7 Encuentre la función lineal g que da la temperatura en grados Farenheit, conocida la misma en grados Celsius, sabiendo que 0 grados Celsius son 32 grados Farenheit y que 100 grados Celsius son 212 grados Farenheit. Recíprocamente, encuentra la función h que da la temperatura en grados Celsius conocida la misma en grados Farenheit.

Ejercicio 8 Trace el gráfico de las siguientes funciones cuadráticas

a) $f(x) = x^2$

c) $f(x) = x^2 - 3$

b) $f(x) = -2x^2$

d) $f(x) = -(x - 5)^2$

Determine en cada caso el conjunto imagen.

Ejercicio 9 Para cada una de las siguientes funciones cuadráticas determine en qué intervalo crece, en qué intervalo decrece, dónde es positiva, dónde es negativa, en qué puntos se anula y en qué puntos alcanza su extremo.

a) $f(x) = -2x^2$

d) $f(x) = x^2 + 2x + 1$

b) $f(x) = -2x(x - 3)$

e) $f(x) = -2(x + 3)(x - 5)$

c) $f(x) = -2x^2 + x$

Ejercicio 10 Represente gráficamente las siguientes funciones

a) $f(x) = x^3$

c) $f(x) = x^4$

b) $f(x) = (x - 2)^3$

d) $f(x) = x^4 - 1$

Ejercicio 11 Represente gráficamente las siguientes funciones

a) $f(x) = \frac{4}{x}$

d) $f(x) = \frac{4}{x - 3} + 2$

b) $f(x) = -\frac{4}{x}$

e) $f(x) = \frac{4x + 5}{x - 2}$

c) $f(x) = \frac{4}{x - 3}$

f) $f(x) = \frac{3x + 2}{x + 1}$

Indique en cada caso, el dominio de la función. Indique también en qué intervalos es creciente y en qué intervalos es decreciente.

Ejercicio 12 Considere las funciones $f(x) = 2x^2 + 5x$, $g(x) = \frac{1}{x+3}$, $h(x) = 2x - 6$.

a) Calcule si es posible:

$$(f \circ f)(-1) \quad (f \circ h)(1) \quad (g \circ f)(-1) \quad (h \circ g)(2).$$

b) Halle fórmulas para las composiciones que se indican a continuación

$$(f \circ g) \quad (g \circ f) \quad (f \circ g) \circ h \quad (f \circ h) \quad (f \circ f).$$

c) $f \circ g$ y $g \circ f$ ¿Son la misma función?

Ejercicio 13 Halle la función inversa de

a) $f(x) = 3x - 5$

d) $f(x) = 2(x - 1)^2, x \leq 1$

b) $f(x) = x^2, x \leq 0$

c) $f(x) = 2(x - 1)^2, x \geq 1$

e) $f(x) = 3 - \sqrt{x + 5}, x \geq -5$

Ejercicio 14 Represente gráficamente las siguientes funciones

a) $f(x) = \sqrt{x}$ b) $f(x) = -\sqrt{x}$ c) $f(x) = \sqrt{x + 3}$

Indique en cada caso, el dominio de la función. Analice monotonía.

Ejercicio 15 Halle el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = \sqrt{x - 8}$ b) $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

Ejercicio 16 Dadas las funciones exponenciales $f(x) = r^x$ $\left(r = 2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}\right)$,

a) Haga el gráfico de cada una de ellas.

b) Determine el dominio y la imagen.

c) Analice la monotonía.

Ejercicio 17 Si notamos con $\log_r(x)$ a la función inversa de r^x , $r > 0$, $r \neq 1$

- a) Haga el gráfico de $y = \log_r(x)$ para $r = 2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}$.
- b) Determine el dominio y la imagen.
- c) Analice la monotonía.

Ejercicio 18 Encuentre el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = \ln(2x)$ b) $g(x) = \ln(3x^2 + 2x)$.

En cada caso determine los valores de x para los cuales la función vale 1.

Ejercicio 19 Halle la función inversa de

a) $f(x) = \ln(2x)$ b) $f(x) = \ln(x^2 + 4)$, $x > 0$ c) $f(x) = e^{x+3} + 4$.

Ejercicio 20 A partir de los gráficos de $g(x) = \sin(x)$ y $h(x) = \cos(x)$ haga el gráfico de

a) $f(x) = \cos(2x + \pi)$ b) $f(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Ejercicio 21 Determine todos los valores de $x \in \mathbb{R}$ tales que

a) $\sin(x) = \frac{1}{2}$ d) $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$
b) $\cos(2x) = \frac{3}{2}$ e) $\sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x)$
c) $\cos^2(x) - \sin^2(x) = 1$ f) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos(x) - \sin(x))$

Ejercicio 22 Haga el gráfico de las funciones inversas de $g(x) = \sin(x)$ y $h(x) = \cos(x)$. Determine los valores de $x \in \mathbb{R}$ tales que

a) $\arcsin(x) = \frac{\pi}{4}$ b) $\arccos(x) = \pi$

Ejercicio 23 Represente gráficamente las siguientes funciones

a) $f(x) = |x|$ c) $f(x) = |\sin(x)|$
b) $f(x) = |x - 5|$ d) $f(x) = |e^x|$

Ejercicio 24

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x \leq -1 \\ -x & \text{si } -1 < x \leq 1 \\ 3x - 4 & 1 < x \end{cases}$$

calcule $f(-3)$, $f(1)$ y $f(4)$. ¿Para qué valores de y la ecuación $f(x) = y$ tiene solución? ¿Cuándo es única?

Ejercicio 25 Idem para la función

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } x \leq -4 \\ \frac{1}{x + 2} & \text{si } x > -4 \end{cases}$$