Funciones definidas por tramos

Una **función** definida **por tramos,** es una función cuya definición, (la regla que define la dependencia), cambia dependiendo del valor de la variable independiente.

Formalmente, una función real *f* (definida por tramos) de una variable real x, es la relación cuya definición está dada por varios conjuntos disjuntos de su dominio (también llamados subdominios).

Veamos un ejemplo:

$$f(x)=\begin{cases} 3 & \text{si} \quad x<0 \\ 3-x & \text{si} \quad 0\leq x<6 \\ -3 & \text{si} \quad x>6 \end{cases}$$

primer tramo

segundo tramo

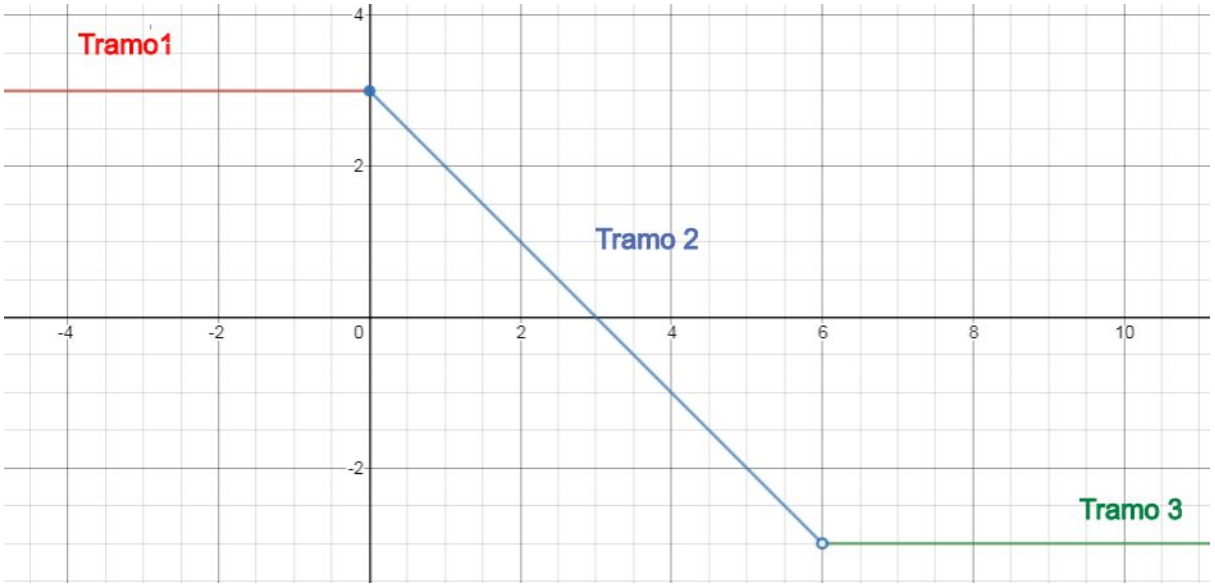
tercer tramo

Esta función está definida en tres tramos. El primer y el tercer tramo son funciones constantes, el segundo tarmos es una función lineal.

Entonces para todos los menores que 0 vale constantemente 3, es decir tengo una semi recta paralela al eje x a la altura de **y = 3**

Lo mismo para los mayores de 6, tengo **y = -3**

y entre 0 y 6 el segmento de recta **y=3-x**



¿Cuál es el Dominio y la Imagen de esta función?

Trabajemos ahora con otro ejemplo:

EJ1: Dada la función

$$f(x)=\begin{cases}\frac{x}{2}+1{,}5 & si \quad x<1\\ -x+1 & si\ x\geq 1\end{cases}$$, esta función está definida de una manera para los valores menores a 1 y de otra distinta para los valores mayores o iguales a 1.

Entonces para calcular la imagen de cualquier punto del dominio, lo primero que tenemos que ver es si es menor o mayor a 1 y a partir de eso, en qué expresión especializar:

Veamos: Calcular: a) *f (-1)* *b) f(0)* *c) f(1)* *d) f(-3)* *e) f(10)*

Respuesta Ejercicio 1 Función por Tramos

Para graficar la función tenemos que tener la misma consideración.

Para el tramo sobre el Dominio (es decir sobre el eje x) menor a uno, le corresponde el gráfico de una expresión, y para el otro tramo, el gráfico de la otra expresión:

Entonces ahora les pedimos: Graficar *f*, y a partir del gráfico indicar la Im(*f*), $C_0(f)$; $C_+(f)$; $C_-(f)$

Respuesta Ejercicio 1 Gráfico.docx

EJ2: Graficar las siguientes funciones. Indicar la Im*(f)*, $C_0(f)$; $C_+(f)$; $C_-(f)$

a) $$f(x)=\begin{cases}2 & si\ x\leq -1\\ -x+1 & si\ -1<x<2\\ -1 & si\ x\geq 2\end{cases}$$

b) $$f(x)=\begin{cases}x+2 & si \quad x<-1\\ -x & si \quad -1\leq x<2\\ 4 & si \quad x\geq 2\end{cases}$$

c) $$f(x)=\begin{cases}-x+1 & si\ x<-1\\ 0 & si\ -1\leq x\leq 1\\ -x-1 & si\ x>1\end{cases}$$

Respuesta

a)(Sólo el gráfico) https://www.desmos.com/calculator/tf6cixqanp

b) (Sólo $C_0(f)$; $C_+(f)$; $C_-(f)$) Resp.b)

c) Resp. c)

EJ3: Graficar ambas funciones y calcular los puntos de intersección.

$$f(x)=\begin{cases}2 & si \quad x<0\\ \frac{5}{3}x+2 & si \quad x\geq 0\end{cases} \qquad g(x)=x\ +7$$

Respuesta Ejercicio 3

Un Caso particular e importante de una Función definida por Tramos es la:

EJ4: **Función Módulo** que se define:

$$f(x)=|x|=\begin{cases}x & si\ x\geq 0\\ -x & si\ x<0\end{cases}.$$

Se pide entonces: Graficarla e indicar la imagen, el I_C y el I_D

Respuesta de módulo

EJ5: Graficar e indicar su expresión analítica en cada tramo de definición.

a) $f(x) = |x| + 1$ *b)* $f(x) = |x + 1|$

c) $f(x) = |x - 2| - 1$ *d)* $f(x) = -|x|$

e) $f(x) = 0{,}5.|x|$ *e)* $f(x) = -|x - 1| + 3$

f) $f(x) = |2x - 4| - 3$ *g)* $f(x) = |x| - x$

h) $f(x)=2x - |x|$ *i)* $f(x) = x.|x|$

j) $f(x) = |x+ 1| - 2x$ *k)* $f(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{x} & si \quad x\neq 0\\ 0 & si \quad x=0\end{cases}$

Resp. Ej4

EJ 6: Graficar ambas funciones y calcular los puntos de intersección.

a) $f(x) = |x|$ $\quad\quad$ $g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

b) $f(x) = |x - 1|$ $\quad\quad$ $g(x) = 4$

EJ7: La velocidad máxima permitida en autopistas es de 130 km/h y la mínima es la mitad de la máxima.

Si la multa por violar los límites de velocidad es de $ 50 por cada kilómetro por encima del máximo o por debajo del mínimo

a) ¿Qué multa tendría que pagar quien vaya a 140 km/h? ¿Y si va a 40 km/h?,

b) Hallar la función que determina el valor de la multa a pagar dependiendo de la velocidad a la que conduce una persona.

Resp: 6 y 7

EJ 8: Para construir la tarifa por el consumo domiciliario de gas se procede de la siguiente manera:

- Un costo fijo de $80 por estar conectado a la red.
- Para quienes consumen hasta 20 mts cúbicos de gas por mes se bonifica ese consumo, abonando solo el costo fijo.
- Quienes consuman de 20m^3 hasta 100 m^3, se cobra $5 por m^3 consumido, y quienes consuman más de 100m^3 se le cobra $9 por cada m^3 que supere el consumo de 100 m^3.

¿Cuánto pagó una persona que consumió 55 m^3

¿Y otra persona que consumió el doble de metros cúbicos que la anterior, cuánto pagó?

Escribir la función que indique el valor a pagar según la cantidad de metros cúbicos consumidos.

Hasta acá es la Actividad 3.

Por favor, hacé los ejercicios en papel y consultá las dudas.

Muchas gracias.