

Respuestas a la Actividad 2

Problema 3

1. Dada la siguiente función $f(x) = (x - 2)^2 + 4$

a) Buscá, si existen, otros valores del dominio que tengan la misma imagen que $x = 5$. ¿Cuántos hay?

El único es $x = -1$.

Si miramos la fórmula, el término elevado al cuadrado nos asegura que hay solo otro valor que da el mismo resultado que al reemplazar la variable independiente por $x = 5$.

$$f(5) = (5 - 2)^2 + 4 = 13 = (-1 - 2)^2 + 4 = f(-1)$$

b) Buscá, si existen, otros valores del dominio que tengan la misma imagen que $x = -3$. ¿Cuántos hay?

$x = 7$. Ya que $f(-3) = f(7) = 29$

c) Buscá, si existen, otros valores del dominio que tengan la misma imagen que $x = 2$. ¿Cuántos hay?

$$f(2) = (2 - 2)^2 + 4 = 4$$

A diferencia de los ítems anteriores, **no hay otro valor** de la variable independiente para el cual su imagen sea 4 ya que 2 es el *único* número que anula el primer término de la fórmula.

d) Proponé, si existen, valores del dominio cuya imagen sea 13. ¿Cuántos hay?

Resolviendo la ecuación $13 = (x - 2)^2 + 4$ obtenemos los resultados $x_1 = 5$ y $x_2 = -1$.

Podíamos haber advertido que esos valores son los que obtuvimos en el ítem a)

e) Proponé, si existen, valores del dominio cuya imagen sea 3. ¿Cuántos hay?

Si bien podemos plantear una ecuación como en el ítem anterior, también podemos pensar lo siguiente: si miramos nuevamente la fórmula de f

$$f(x) = (x - 2)^2 + 4$$

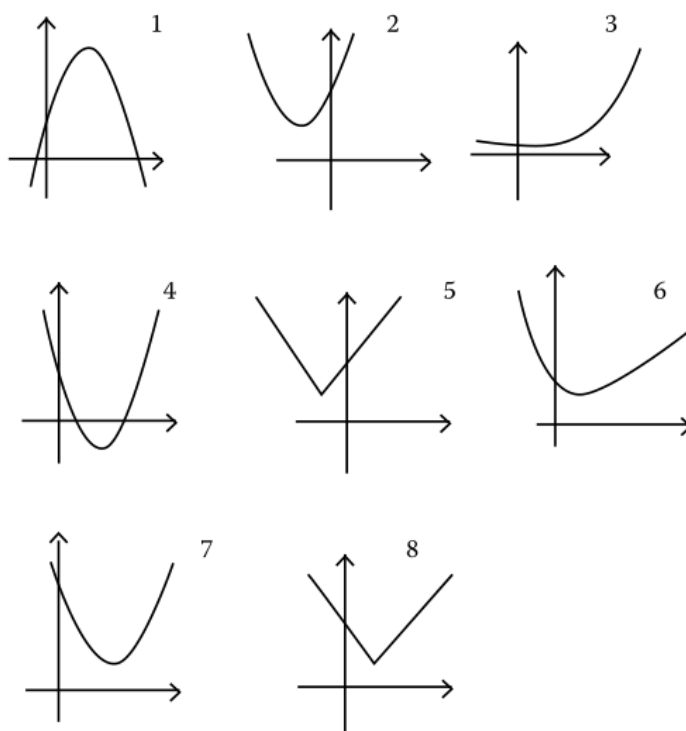
notamos que está formada por dos términos. El primero es siempre positivo o cero (por ser una expresión elevada al cuadrado) y el segundo es 4, independientemente del valor que tome x . Por lo tanto, el resultado de $f(x)$ será 4 (si el primer término se anula, es decir, si $x = 2$) o mayor a 4.

De este modo, podemos concluir que para ningún valor de x $f(x)$ valdrá 3 pero además ahora sabemos que tampoco puede tomar un valor menor a 4.

f) Proponé, si existen, valores del dominio cuya imagen sea 4. ¿Cuántos hay?

Por lo escrito en el ítem c) y e) sabemos que el único valor que tiene como imagen 4 es $x = 2$.

g) Analizá cuáles de los siguientes gráficos podría corresponder con la función analizada.



Dejamos este ítem para discutir con tu docente.

Problema 4

Dadas las siguientes funciones, hallá el máximo o el mínimo valor que puede alcanzar cada una de ellas y en qué valor de x lo alcanza.

Para resolver estos ejercicios te sugerimos que pensar como mostramos en el problema anterior.

a) $f(x) = (x + 5)^2 - 4$

Mirando la fórmula de f podemos notar que el primer término es siempre positivo o cero mientras que el segundo sustrae 4 al resultado del primero.

Es decir que mientras el primer término puede ser tan grande como queramos (reemplazando x por un valor conveniente) no puede ser menor a cero.

Por lo tanto, como cero es el menor valor del primer término, el menor valor que puede tomar f es -4 . Y este valor lo tomará cuando el primer término sea cero, es decir cuando $(x + 5)^2 = 0 \Rightarrow x = -5$

$f(x)$ alcanzará el valor **mínimo** de -4 para $x = -5$.

b) $g(x) = -2(x - 5)^2 + 1$

Razonando como en el ítem anterior comprobamos que, en este caso, el primer término es negativo o cero para cualquier valor de x , por ser el producto entre -2 y una expresión elevada al cuadrado. Por lo tanto, el primer término sustraerá una cantidad tan grande como queramos a 1. Así, no es posible obtener valores mayores a 1 que será, entonces, el máximo valor que podrá tomar la función. Eso sucederá cuando la expresión al cuadrado valga 0, es decir $(x - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = 5$.

$g(x)$ alcanzará el valor **máximo** de 1 para $x = 5$.

c) $h(x) = 5 - (4x + 3)^2$

$h(x)$ alcanzará el valor **máximo** de 5 para $x = -\frac{3}{4}$.

d) $i(x) = (7x - 5)^2 + 18$

$i(x)$ alcanzará el valor **mínimo** de 18 para $x = \frac{5}{7}$.

■