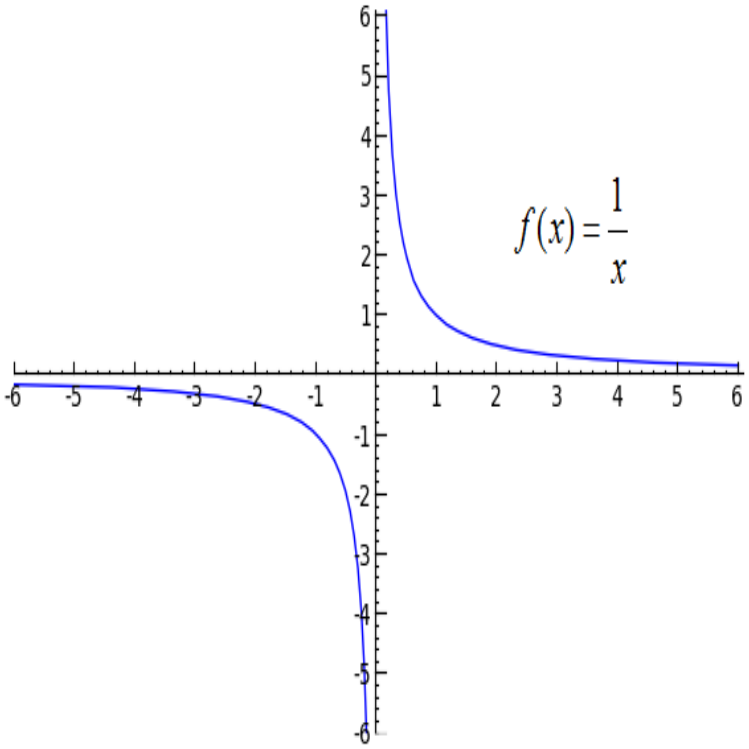
Funciones Homográficas

Las funciones homográficas son cocientes entre funciones lineales.
Pero antes de dar una definición rigurosa y formal, analicemos algunas características de un caso particular de función homográfica, para ir viendo cuáles son sus particularidades. Trabajemos sobre la función $f(x)=\frac{1}{x}$

En principio, al ser una división, y como su denominar puede anularse, su dominio no es todo el conjunto de los números reales. Para la función *f*, el dominio es: $R-\{0\}$

Por otro lado, estudiando la expresión de la función, fácilmente se calcula que no tiene ceros.
Analizando las imágenes de tiene distintos valores de la variable, rápidamente se observan regularidades que permiten predecir el comportamiento de la función y obtienen elementos para concluir que su gráfico es:



La característica saliente del gráfico de esta función es su comportamiento asintótico con dos rectas, una vertical y otra horizontal, que se denominan asíntotas de la función.

La recta: **x = 0** es la asíntota vertical y la recta: **y = 0** es la asíntota horizontal.

La *Im(f)* son los reales menos el cero. Y la función decrece en $(-\infty,0)$ y también en $(0,+\infty)$

Si no se te hizo tan evidente las características del gráfico de la función, acá hay dos links de videos con explicaciones sencillas que tal vez te resulten útiles, además de que introduce otros conceptos que aún no hemos hablado, y que si bien son importantes y útiles podemos por ahora prescindir de ellos para avanzar, pero más adelante los

tomares (el concepto de límite de una función). . El segundo video es la continuación del primero y en ambos hablan sobre la función $f(x)=\frac{2}{x}$

https://www.youtube.com/watch?v=ajkdJGy3EfE&t=8s

https://www.youtube.com/watch?v=BbOq77fLGy0&t=7s

EJ1: a) A partir del gráfico de $f(x)=\frac{1}{x}$, graficar cada función e indicar asíntotas, imagen, conjunto de ceros, positividad, negatividad y crecimiento y decrecimiento de las siguientes funciones:

i) $f(x)=\frac{1}{x}+1$	ii) $g(x)=\frac{1}{x-2}$	iii) $h(x)=\frac{1}{x+2}-1$
iv) $n(x)=-\frac{1}{x}$	v) $r(x)=\frac{2}{x}$	vi) $t(x)=\frac{-2}{x-1}+2$

b) Partiendo de lo hecho en el ítem a), formulemos generalidades de las funciones cuya expresión es $f(x)=\frac{A}{x-C}+B$: indicar que datos (o qué características del gráfico de la función) está señalando el valor de *A*, el valor de *B* y el valor de *C*.

La expresión anterior se llama la expresión canónica de las funciones homográficas.

Una función homográficas es un cociente entre lineales: $f(x)==\frac{ax+b}{cx+d}$ con $c\neq 0$ y que ambas expresiones lineales no sean múltiples entre sí (por ejemplo $g(x)=\frac{2x-4}{x-2}$, no es una función homográfica). Esta última condición suele presentarse diciendo que $a.d-c.b\neq 0$, pero lo que quiere decir es que las funciones lineales intervinientes en el cociente no sea una múltiplo de la otra, porque si una es múltiplo de la otra, te pregunto para que respondas: ¿Qué tipo de función sería ese cociente, cómo sería el gráfico?

Dado sabemos dividir polinomios (recordemos lo hecho en tercer año) es muy fácil demostrar que **toda función homográfica puede expresarse en la forma canónica**.
Al expresarla en la forma canónica, se hace evidente sus características esenciales: crecimiento, asíntotas, etc.
Además para operar con la función homográfica, también se facilitan las cuentas si está expresada en forma canónica.

EJ2: Expresar en la segunda fila de la tabla, la forma homográfica las funciones indicadas en la primer fila. A partir de esa información, sin la necesidad de graficar, indicar asíntotas, Imagen, y si es creciente o decreciente:

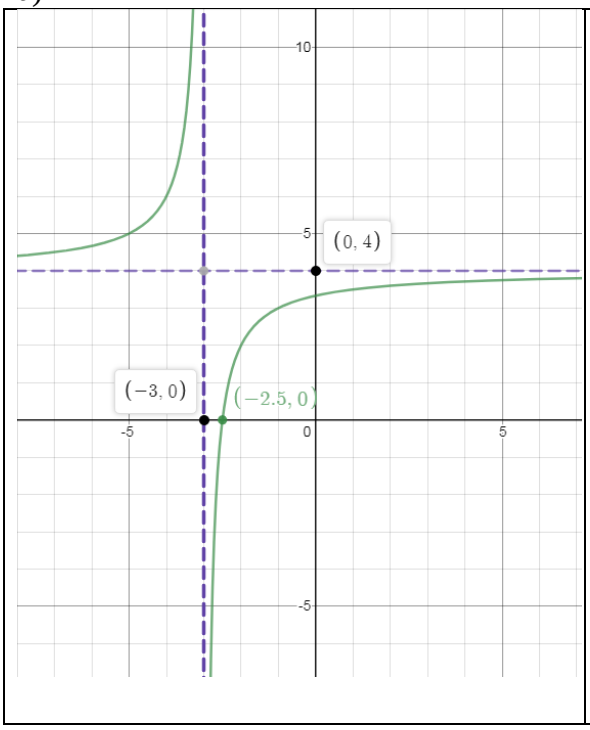
I) $f(x)=\frac{-x-4}{x+1}$	ii) $g(x)=\frac{2x-4}{x-1}$	iii) $h(x)=\frac{-6x-4}{2x+4}$
i) $f(x)=$	ii) $g(x)=$	iii) $h(x)=$

EJ3: Hallar una función homográfica que cumpla lo pedido en cada caso:

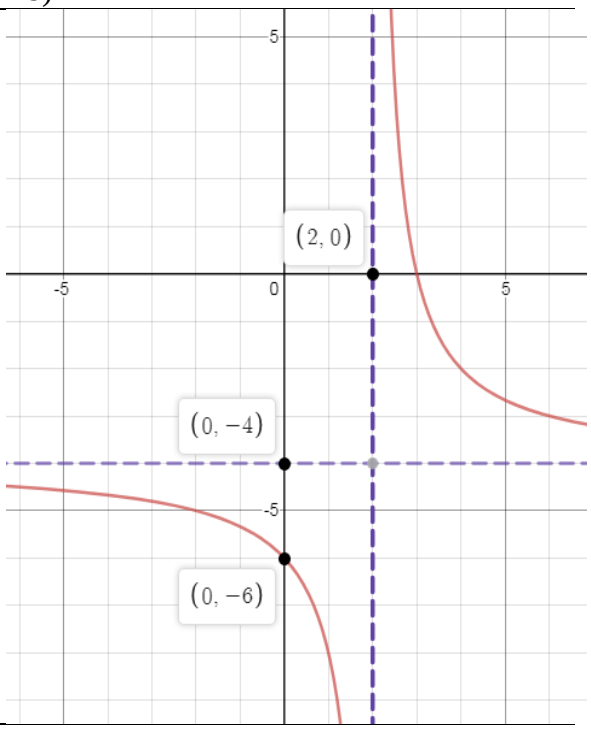
i) La recta x = 3 es la asíntota vertical, la recta y = -1 es la asíntota horizontal y el punto (2,0) pertenece al gráfico de la función.

ii) Cuyo gráfico sea:

a)



b)



iii) La $\text{Im}(f)=\Re-\{1\}$, $f(1)=2$ y $f(3)=0$

iv) $C_+(f)=(0,2)$; $f(1)=2$ y la recta: **y = - 4** es asíntota de f

iv) $C_+(f)=(0,2)$; $f(1)=1$ y la recta: **y = 3** es asíntota de f

EJ4: Calcular gráfica y analíticamente los puntos de intersección de f y g, siendo

a) $f(x) = -\frac{2}{x} + 3$ y $g(x) = \frac{x}{2} + 5$

b) $f(x) = -\frac{1}{x}$ y $g(x) = |x - 2| - 2$

c) $f(x) = \frac{1}{x} + 4$ y $g(x) = -x^2 + 4$

EJ5:

En un tanque que tiene 500 l de agua se inyecta una solución con sal (de concentración 5 gr/ l) a razón de 1 litro por cada minuto. Supongamos que se mezcla con el agua instantáneamente. ¿Cómo evoluciona la concentración de sal dentro del tanque? ¿Qué sucede con esa concentración cuando el proceso se mantiene en el tiempo? Escribir analíticamente la función concentración de sal dentro del tanque en función del tiempo y graficarla.

Hasta acá es la Actividad Nº 5
Recordá que tenés los foros para consultar con tu profe las dudas, además de que también, con tu profe seguirás trabajando, según la modalidad que hayan construido.

