

Problema 11

Si es posible, escribí lo que se indica (si no es posible, explicá por qué)

- a) La ecuación de una parábola que tenga un mínimo igual a 9 en $x = 5$. ¿Hay una sola posibilidad?

Es posible y una ecuación puede ser:

$$f(x) = 2(x - 5)^2 + 9$$

Hay infinitas posibilidades, siempre y cuando $a > 0$

- b) La ecuación de una parábola que tenga un máximo igual a 8 en $x = -7$, y que pasa por el punto (5; 1).

Es posible y la ecuación es: $f(x) = -\frac{7}{144}(x + 7)^2 + 8$

- c) La ecuación de una parábola que tenga un mínimo igual a 3 en $x = 7$ y pasa por el punto (5; 0)

No es posible. Para que la parábola pase por el (5; 0), 3 tiene que ser un máximo.

- d) La ecuación de una parábola que tenga un mínimo en $x = 1$ y que no corte al eje de las abscisas.

Es posible y una ecuación puede ser:

$$f(x) = (x - 1)^2 + 1$$

Hay infinitas posibilidades, siempre que $a > 0$ y $k > 0$

- e) Las ecuaciones de dos parábolas que pasen por los puntos (4; 9) y (8; 9).

Es posible. Una puede ser $f(x) = (x - 6)^2 + 5$ y la otra $g(x) = -(x - 6)^2 + 13$

Hay infinitas posibilidades con $h = 6$

Problema 12

Para cada una de las siguientes funciones cuadráticas, determiná el máximo o mínimo valor que alcanza, su conjunto de ceros, sus conjuntos de positividad y negatividad y su conjunto imagen. Luego, graficá cada función.

a) $f(x) = 2(x + 2)^2 - 2$

Como $a > 0$, $f(x)$ tiene un mínimo igual a -2 en $x = -2$

- $V = (-2; -2)$

Vamos a calcular C°

$$0 = 2(x + 2)^2 - 2$$

$$1 = (x + 2)^2 \quad \text{entonces} \quad 1 = x + 2 \quad \text{o} \quad -1 = x + 2$$

$$-1 = x \quad \text{o} \quad -3 = x$$

- $C^\circ = \{-3, -1\}$

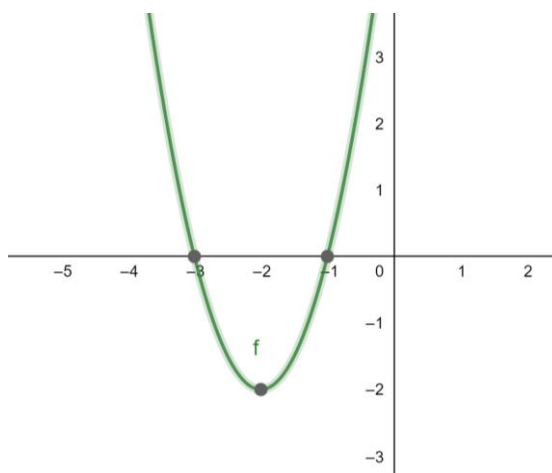
Como $f(x)$ tiene un mínimo y el $C^\circ = \{-3, -1\}$, los Conjuntos de positividad y de negatividad son:

- $C^+ = (-\infty, -3) \cup (-1, +\infty) \quad \text{y} \quad C^- = (-3, -1)$

Como el mínimo es -2 y $a > 0$ el Conjunto imagen es:

- $\text{Im}_f = [-2, +\infty)$

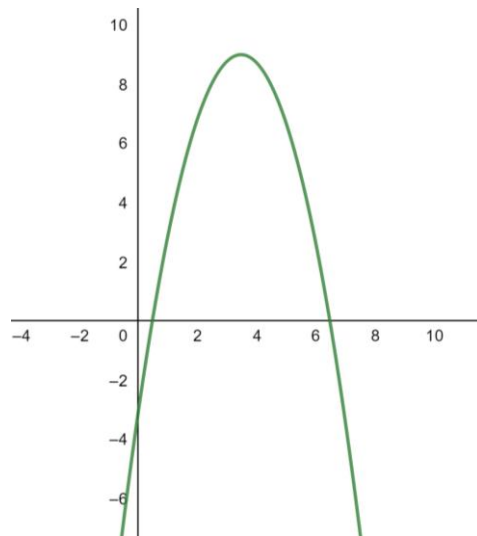
El gráfico:



b) $g(x) = -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + 9$

Máximo igual a 9 en $x = \frac{7}{2}$

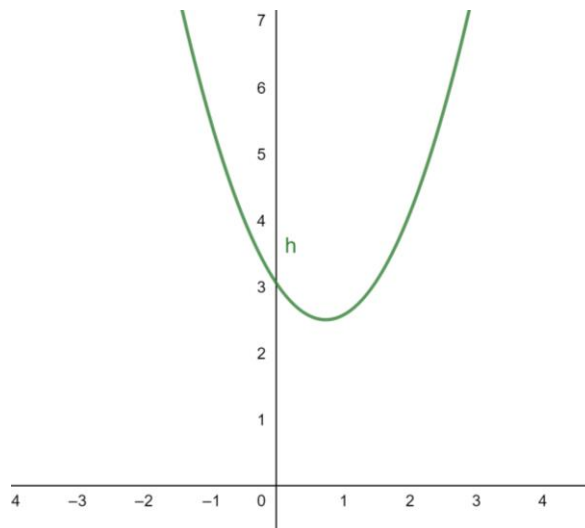
- $V = \left(\frac{7}{2}; 9\right)$
- $C^0 = \left\{\frac{1}{2}, \frac{13}{2}\right\}$
- $C^+ = \left(\frac{1}{2}, \frac{13}{2}\right)$ y $C^- = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{13}{2}, +\infty\right)$
- $Im_g = (-\infty, 9]$



c) $h(x) = \left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{5}{2}$

Mínimo igual a $\frac{5}{2}$ en $x = \frac{3}{4}$

- $V = \left(\frac{3}{4}; \frac{5}{2}\right)$
- $C^0 = \emptyset$
- $C^+ = \mathbb{R}$ y $C^- = \emptyset$
- $Im_g = \left[\frac{5}{2}, +\infty\right)$



d) $j(x) = -\frac{1}{2}(x + 4)^2 - 1$

Máximo igual a -1 en $x = -4$

- $V = (-4; -1)$
- $C^0 = \emptyset$
- $C^+ = \emptyset$ y $C^- = \mathbb{R}$
- $Im_g = (-\infty, -1]$

