

## Problema 18

Hay un famoso gol de tiro libre, convertido por José Luis Chilavert, arquero de Vélez, que resultó “inatajable” para Burgos, arquero de River, en el partido del día 22 de marzo de 1996. Se sabe que la trayectoria de la pelota lanzada por Chilavert puede ser representada por la siguiente función:

$$h(x) = -0,02x^2 + 1,16x$$

en donde  $x$  representa la cantidad de metros en línea recta sobre el pasto desde el pie de Chilavert hasta el lugar donde se encuentra la pelota, y  $h$ , la altura alcanzada por la pelota, medida en metros.

- a) ¿A cuántos metros de Chilavert la pelota hubiera tocado el piso (de no haber sido interrumpida su trayectoria por la red del arco)?

Comencemos reconociendo que los puntos del recorrido en los cuales la pelota toca el piso corresponden a los que  $h$  es igual a cero. Podemos anticipar que habrá dos momentos en los que esto ocurra: en el momento inicial, ya que el tiro libre se pateó desde el piso y, en el momento en que la pelota cae al piso.

Busquemos los valores de  $x$  que cumplen esa condición:

$$\begin{aligned}h(x) &= 0 \\-0,02x^2 + 1,16x &= 0 \\x(-0,02x + 1,16) &= 0\end{aligned}$$

Hay dos posibilidades:

$$\begin{aligned}x &= 0 \\-0,02x + 1,16 &= 0 \rightarrow x = 58 \\h(0) &= h(58) = 0\end{aligned}$$

Como anticipamos,  $x = 0$  corresponde al momento en el que se pateó el tiro libre y  $x = 58$  es la distancia buscada. Es decir, **la pelota toca el piso a 58 metros de Chilavert.**

- b) ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó la pelota y a qué distancia del lugar de partida?

La altura máxima se dará para el valor de  $x$  que esté a igual distancia de los puntos con igual altura:

$$x_v = \frac{58 + 0}{2} = 29$$

La altura a 29 metros de Chilavert es:  $h(29) = 16,82$

Entonces, **la pelota alcanzó una altura máxima de 16,82 m**

## Problema 19

- a) Decidir si cada una de las siguientes funciones tiene máximo o mínimo y hallarlo.  
b) Calcular las raíces o ceros de estas funciones.

Para resolver estos ejercicios vamos a usar las estrategias del problema anterior. La idea es reescribir la fórmula dada para que se puedan leer dos valores de  $x$  con la misma imagen (que en este caso, además, serán las raíces) y, a partir de ahí, hallar las coordenadas del máximo o mínimo.

i)  $f(x) = -2x^2 - 7x$

$$f(x) = -2x^2 - 7x = -2x\left(x + \frac{7}{2}\right)$$

De donde Podemos "leer":  $f(0) = f\left(-\frac{7}{2}\right) = 0$

El extremo (máximo o mínimo de la función) tendrá abscisa:  $\frac{0 + \left(-\frac{7}{2}\right)}{2} = -\frac{7}{4}$ .

La ordenada del máximo es, entonces:  $f\left(-\frac{7}{4}\right) = \frac{49}{8}$ . Como sabemos que la función toma el valor cero y el valor extremo es  $\frac{49}{8}$ , **el extremo que alcanza en  $\left(-\frac{7}{4}; \frac{49}{8}\right)$  es un máximo**. Sus ceros, obtenidos arriba, son  $\mathcal{C}^0 = \left\{0; -\frac{7}{2}\right\}$

ii)  $g(x) = 14x^2 + 3x$

$$g(x) = 14x^2 + 3x = 14x\left(x + \frac{3}{14}\right)$$

$$g(0) = g\left(-\frac{3}{14}\right) = 0 \rightarrow \mathcal{C}^0 = \left\{0; -\frac{3}{14}\right\}$$

Para el extremo:

$$\frac{0 + \left(-\frac{3}{14}\right)}{2} = -\frac{3}{28} \rightarrow g\left(-\frac{3}{28}\right) = -\frac{9}{56}$$

**$g(x)$  tiene mínimo  $-\frac{9}{56}$  para  $x = -\frac{3}{28}$**

iii)  $h(x) = x^2 - x$

$$h(x) = x^2 - x = x(x - 1)$$

$$h(0) = h(1) = 0 \rightarrow \mathcal{C}^0 = \{0; 1\}$$

Para el extremo:

$$\frac{0 + 1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow h\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4}$$

**$h(x)$  tiene mínimo  $-\frac{1}{4}$  para  $x = \frac{1}{2}$**

■