

Problema 24

Hallar los ceros de la siguiente parábola $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6$

Repasemos lo que sabemos hasta acá:

- Si tenemos una fórmula expresada en forma polinómica, podemos hallar dos puntos con la misma imagen.
- Con dos puntos con la misma imagen y la fórmula, podemos hallar las coordenadas del vértice.
- Conocido el vértice y la fórmula, podemos expresar la parábola en forma canónica.
- Sabemos hallar los ceros (en el caso de que existan) si tenemos una parábola expresada en forma canónica.

Si estás leyendo estas respuestas porque no supiste como hacer este ejercicio, te invitamos a que dejes de leer y sigas las ideas de arriba para intentar resolverlo una vez más.

Sigamos esa estrategia:

La parábola corta al eje Y en el punto $(0; 6)$. Busquemos el punto simétrico a este:

$$6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 6 \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}x(x - 4) \Rightarrow x_1 = 0 ; x_2 = 4$$

Así, el simétrico de $(0; 6)$ es $(4; 6)$ y, por lo tanto, la abscisa del vértice debe ser $x_v = 2$.

Calculamos la ordenada del vértice: $y_v = -\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 \cdot 2 + 6 = 8$.

El vértice de la parábola será, entonces, el punto $(2; 8)$ y la expresión canónica de la fórmula será:

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8$$

(Por qué usamos directamente el valor de $-\frac{1}{2}$ lo explicaremos en el documento *Función cuadrática. Fórmula general resolvente* que podés consultar en el aula. Como en ejercicios anteriores, también podías obtenerlo reemplazando la fórmula por alguno de los dos puntos y despejando el valor de a)

Ahora estamos en condiciones de buscar los ceros de la parábola:

$$0 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 8$$

$$-8 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2$$

$$16 = (x - 2)^2$$

Consideramos las dos posibilidades:

$$x_1 - 2 = 4 \Rightarrow x_1 = 6$$

o

$$x_1 - 2 = -4 \Rightarrow x_1 = -2$$

Los ceros de la parábola son, entonces, $C^0 = \{-2; 6\}$

Problema 25

Para resolver estos ejercicios podés usar las estrategias del ejercicio anterior.

a) Hallar la expresión canónica de las siguientes fórmulas de funciones cuadráticas.

b) Buscar los ceros de estas funciones.

$$r(x) = 3(x + 5)(x - 1)$$

En este ejercicio podemos leer los ceros de la función en la fórmula, por lo que ya tenemos dos puntos simétricos.

$$r = 3(x + 2)^2 - 27$$

$$C^0 = \{-5; 3\}$$

$$f(x) = -2x^2 - 4x - 2$$

$$f(x) = -2(x + 1)^2$$

$$C^0 = \{-1\}$$

$$h(x) = 3x^2 + 18x - 21$$

$$h(x) = 3(x + 3)^2 - 48$$

$$C^0 = \{-7; 1\}$$

$$k(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 8$$

$$k(x) = \frac{1}{4}(x + 2)^2 - 9$$

$$C^0 = \{4; -8\}$$

$$m(x) = -2x(x - 6)$$

$$m(x) = -2(x - 3)^2 + 18$$

$$C^0 = \{0; 6\}$$

$$g(x) = -x^2 - 2x$$

$$g(x) = -(x + 1)^2 + 1$$

$$C^0 = \{0; -2\}$$

$$j(x) = 3x^2 + 5$$

Esta función ya está expresada en forma canónica, tiene mínimo 5 para $x = 0$.

$$C^0 = \emptyset$$

■