

Respuestas a los ejercicios de repaso e integración

1. El largo de un rectángulo mide 6cm más que su ancho. Si su área es 280cm^2 , encontrar sus dimensiones.

Te dejamos un video con la resolución <https://www.youtube.com/watch?v=khORo7Xl1BE>

2. Determinar los puntos de intersección de la parábola con vértice en el punto $(1; -7)$ que pasa por el punto $(2; -5)$ y la recta de ecuación $y = -2x + 7$.

Te dejamos un video con la resolución <https://www.youtube.com/watch?v=AsDRkQKy7V0>

3. Una pileta rectangular de 15m de largo por 9m de ancho está rodeada por un camino de cemento de ancho uniforme. Si el área del camino es 81m^2 ¿Cuánto mide el ancho del camino?

Te dejamos un video con la resolución <https://www.youtube.com/watch?v=udwq50v7ECs>

4. Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba desde la ventana de una habitación. La fórmula $h(t) = -5t^2 + 10t + 15$ permite calcular la altura h de la piedra, medida desde el suelo, cuando transcurrieron t segundos después de ser lanzada.

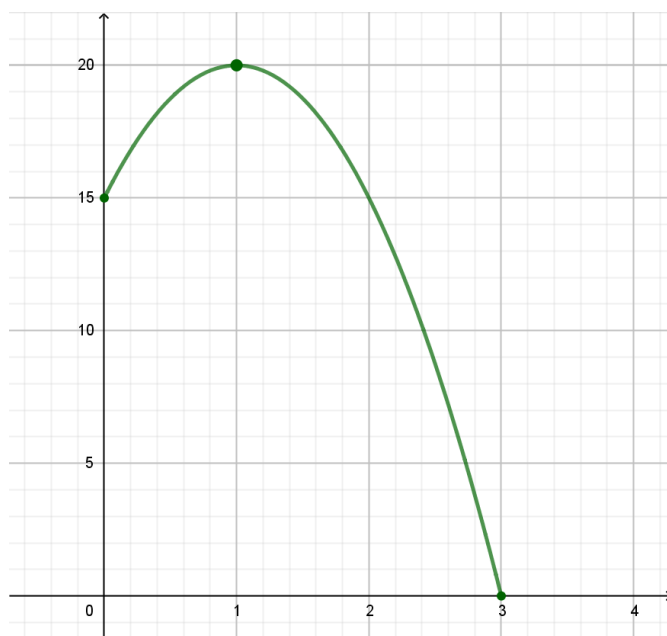
- a. Transformar la expresión de h , de modo tal que se pueda “leer” la altura máxima de la piedra.

$$h(t) = -5(t - 1)^2 + 20$$

- b. ¿En qué momento del descenso la piedra está a $8,75\text{m}$ del suelo?

A los 2,5 segundos.

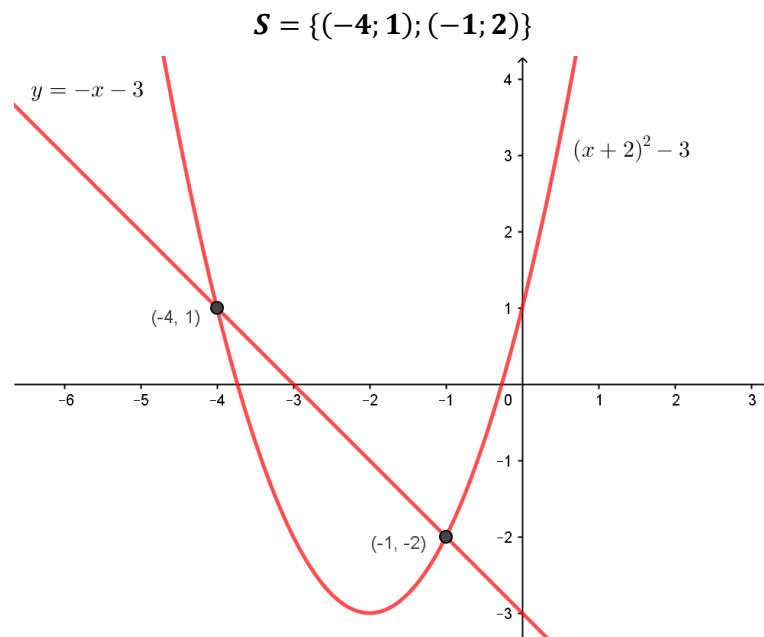
- c. Graficar la función h .



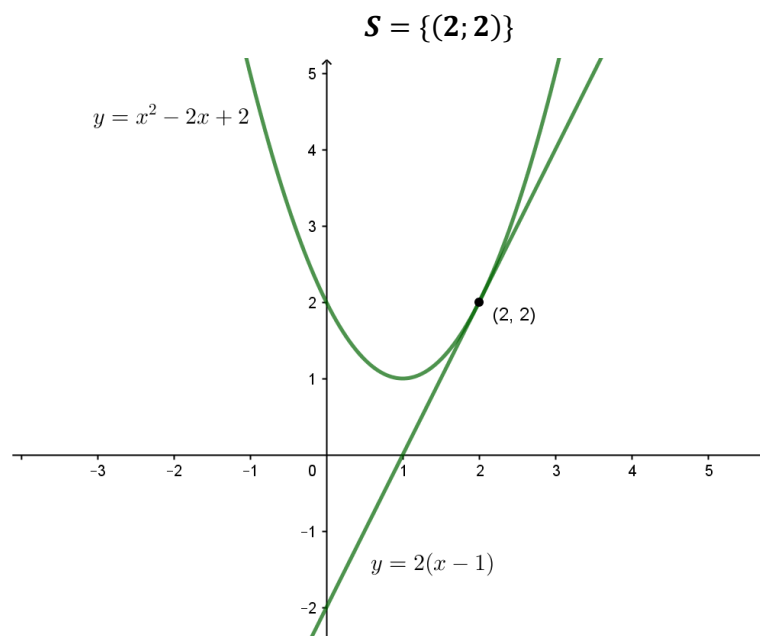
Observemos que, en este problema, la función tiene sentido entre el momento en que la piedra es lanzada (antes, la función no describe la posición de la piedra) hasta que toca el piso (después de ese punto, la función devuelve valores negativos, lo que tampoco tiene sentido). Es decir, que el dominio de la función, ajustado al problema es $\text{Dom}h = [0; 3]$. Eso debe verse reflejado en el gráfico que, en este caso será un segmento de parábola determinado por los valores del dominio.

5. En cada caso determiná, si existen, el o los puntos en los cuales se intersecan la parábola y la recta. Luego realizá un gráfico para cada par.

a.
$$\begin{cases} y = -x - 3 \\ y = (x + 2)^2 - 3 \end{cases}$$

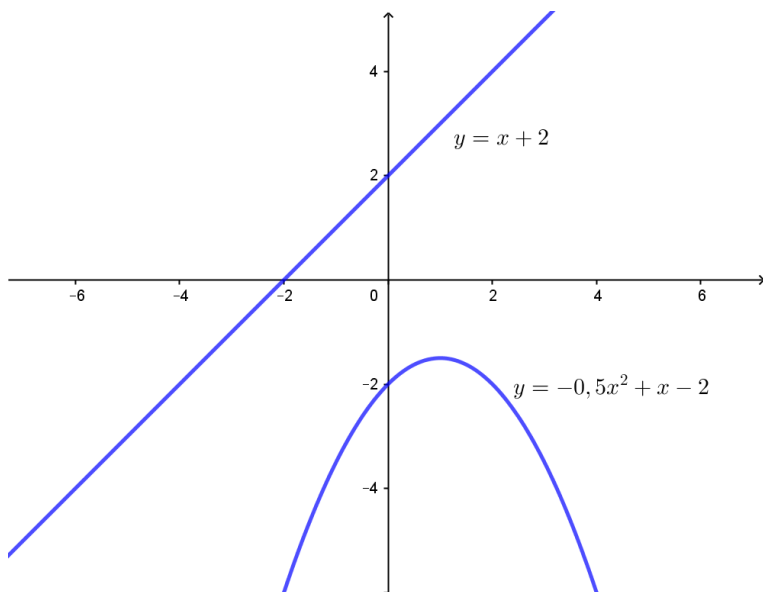


b.
$$\begin{cases} y = x^2 - 2x + 2 \\ y = 2(x - 1) \end{cases}$$



c.
$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -0,5x^2 + x - 2 \end{cases}$$

$S = \emptyset$



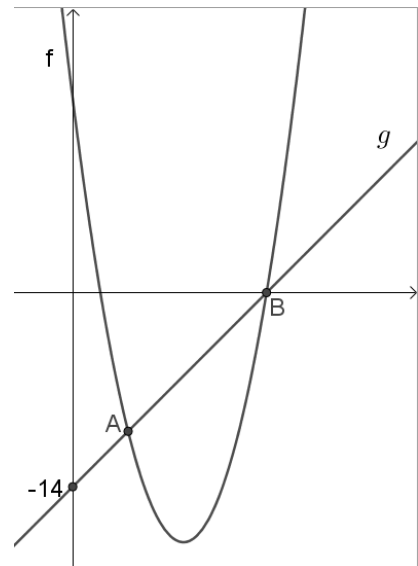
6. Se muestran los gráficos de $f(x) = 2(x - 1)(x - 7)$ y la recta g . Determinar las coordenadas del punto A.

Si no supiste cómo resolver el ejercicio, te proponemos que lo vuelvas a pensar con las siguientes sugerencias antes de ver las respuestas.

- Para determinar la ecuación de la recta g , podés usar que comparte la raíz con f (que podés “leer” en la fórmula) y que conocés su ordenada al origen.
- El punto A es la otra intersección entre la recta y la parábola.

Respuesta: $A = (2; -10)$

(La ecuación de la recta g es $y = 2x - 14$)



7. Se muestra el gráfico de una recta r y una parábola con un único cero. Se intersectan en los puntos $(1; 50)$ y P .

- a. Determinar las fórmulas de la recta y la parábola.

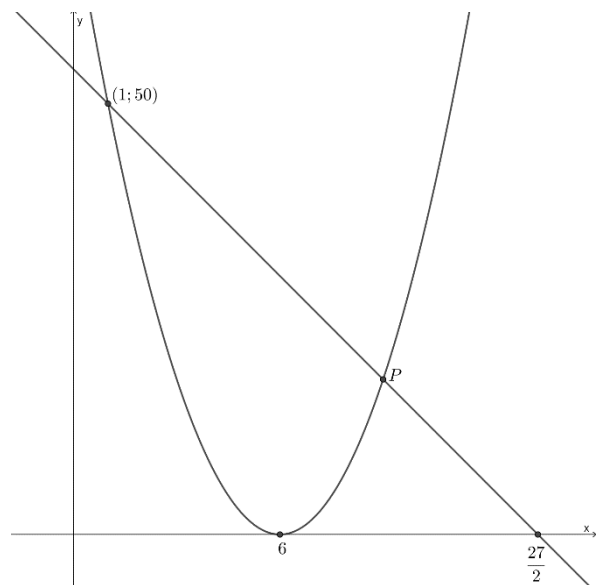
Recta: $y = -4x + 54$

Parábola: $y = 2(x - 6)^2$

- b. Determinar las coordenadas del punto P .

Resolvemos la ecuación:

$$2(x - 6)^2 = -4x + 54$$



y obtenemos las dos soluciones $x_1 = 1$, que corresponde al punto $(1; 50)$ ya conocido y $x_2 = 9$ que corresponde a la abscisa del punto $P = (9; 18)$.

8. Sea $f(x) = 3x^2 + bx + 1$ indicá para qué valores de b

Sugerencia: recordá que el discriminante, el valor que se obtiene de calcular $b^2 - 4ac$ en la fórmula resolvente, te permite saber si la ecuación tendrá dos, una o ninguna solución. Si es necesario, te recomendamos que revises el texto sobre la fórmula general resolvente. En este caso, el valor del discriminante dependerá del valor de b .

a. $f(x)$ tiene exactamente una raíz real.

El discriminante vale $b^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = b^2 - 12$

Para que la función tenga exactamente una raíz real, la ecuación

$$3x^2 + bx + 1 = 0$$

Debe tener una única solución. Para esto, su discriminante debe valer cero. Entonces:

$$b^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow b^2 = 12 \Leftrightarrow b_1 = \sqrt{12}, b_2 = -\sqrt{12}$$

Es decir que si b toma el valor $\sqrt{12}$ o $-\sqrt{12}$ la función tendrá una única raíz real.

b. $f(x)$ no tiene raíces reales.

En este caso queremos que el discriminante sea negativo. Es decir, debemos resolver la inecuación:

$$b^2 - 12 < 0 \Leftrightarrow b^2 < 12 \Leftrightarrow |b| < \sqrt{12} \Leftrightarrow -\sqrt{12} < b < \sqrt{12}$$

Por lo tanto, la función no tendrá raíces reales si $b \in (-\sqrt{12}; \sqrt{12})$.

Observemos que nos quedaron determinadas todas las posibilidades de la familia de funciones f que propone el ejercicio a partir de los distintos valores que pueda tomar b :

- Si $b \in (-\sqrt{12}; \sqrt{12})$ la función no tiene raíces reales.
- Si $b \in \{-\sqrt{12}; \sqrt{12}\}$ la función tiene una única raíz.
- Si $b \in (-\infty; -\sqrt{12}) \cup (\sqrt{12}; +\infty)$ la función no tiene raíces reales.

9. Una persona compró cierto número de vasos por \$3000. Si cada vaso hubiese costado \$50 menos hubiera podido comprar 10 vasos más por el mismo dinero. ¿Cuánto pagó cada vaso?

Si llamamos c a la cantidad de vasos y p al precio de cada vaso, con los datos del problema podemos plantear:

[1] $c \cdot p = 3000$

[2] $(c + 10)(p - 50) = 3000$

Sugerencia: si no supiste cómo plantear el problema, te sugerimos que sigas solo/a a partir de este punto. A continuación, lo resolvemos.

Despejamos una variable en [1]:

$$c = \frac{3000}{p}$$

Y la reemplazamos en [2]:

$$\left(\frac{3000}{p} + 10\right)(p - 50) = 3000$$

$$3000 + 10p - \frac{150000}{p} - 500 = 3000$$

$$10p - \frac{150000}{p} - 500 = 0$$

Multiplicamos ambos miembros por p :

$$10p^2 - 150000 - 500p = 0$$

Y resolvemos esta ecuación cuadrática (podés dividir todo por 10 para trabajar con números más chicos) cuyas soluciones son $p_1 = -100$ y $p_2 = 150$. Como valores negativos de p no tienen sentido en el problema, **el precio debe ser de \$150 cada vaso**. (Además podés saber que compró 20 vasos)

10. Cuando se produce una cantidad t (en miles de toneladas) de una cierta mercadería, dos productores obtienen una ganancia mensual (en millones de pesos) que viene dada por las siguientes funciones

$$P_1(t) = -2(t - 1,5)(t - 6,5)$$

$$P_2(t) = 2t - 7,5$$

Donde P_1 y P_2 son las ganancias del productor 1 y del productor 2 respectivamente. Los casos en los que las ganancias sean negativas se consideran como pérdidas.

Así, por ejemplo, si el productor 1 produce 5500 toneladas, su ganancia será de 8 millones de pesos ya que $P_1(5,5) = 8$. En cambio, si produjera 1000 toneladas, como $P_1(1) = -5,5$ sufriría pérdidas por 5,5 millones de pesos.

- a. Transformar la expresión $P_1(t)$ para que pueda leerse directamente la cantidad que debe producir el productor 1 para obtener la máxima ganancia.

$$P_1(t) = -2(t - 4)^2 + 12,5$$

El productor 1 obtiene una ganancia máxima de 12,5 millones de pesos con una producción de 4000 toneladas.

- b. ¿Qué pérdida o ganancia obtiene el productor 2 si produce la misma cantidad que tiene que producir el productor 1 para obtener su máxima ganancia?

$$P_2(4) = 2 \cdot 4 - 7,5 = 0,5$$

Obtiene una ganancia de \$500 000

- c. ¿Cuál es la mínima cantidad que debe producir cada uno para no obtener pérdidas?

Mirando la fórmula original del productor 1, sabemos que se trata de una cuadrática con concavidad negativa cuyas raíces son 1,5 y 6,5. Entre esos valores de t se obtienen ganancias positivas, por lo tanto, este productor debe producir al menos 1 500 toneladas para no tener pérdidas (si produce exactamente 1 500 toneladas no gana ni pierde).

El productor 2 debe producir, como mínimo, 3,75 millones para no tener pérdidas.

- d. ¿Cuánto deben producir ambos productores para obtener la misma ganancia?

Tendrán la misma ganancia si producen 1 000 o 6 000 toneladas.

