

1er año – Ángulos - Actividad 1

¡Hola! En este video que compartimos, encontraremos de una manera diferente, un resumen de lo que trabajaremos en esta Actividad.

<https://www.educ.ar/recursos/50795/posiciones-relativas-de-los-angulos#gsc.tab=0>

Ahora te proponemos que vayas haciendo las actividades que te indicamos de la forma que puedas. En algunos casos vas a necesitar lápiz, regla y transportador. En otros casos te pedimos que te animes a indagar y usar un programa llamado Geogebra. Te recomendamos que lo uses en la computadora aunque también lo podés bajar al celular. Si tenés dudas de cómo instalarlo, hacé click [acá](#).

Antes de arrancar con los problemas te invitamos a recordar algunas ideas, que también vimos en el video, en el siguiente enlace:

https://drive.google.com/file/d/1NEIbJNGG0C1OCsaX33K1Jxi9O_HS5Bje/view?usp=sharing

Problema 1

Seguí las siguientes instrucciones para hacer una construcción en lápiz y papel:

- Marcá dos puntos y llámalos **A** y **B**.
- Trazá una recta que los contenga y llámala **m**.
- Trazá un punto **O** que pertenezca al $\overline{AB}$.
- Trazá un punto **C** que no pertenezca a la recta **m** y trazá $\overrightarrow{OC}$
- Señalá los ángulos $\widehat{AOC}$ y $\widehat{COB}$
- Determiná el valor de la suma de dichos ángulos.
- Si se cambiara el lugar del punto **C**, ¿el resultado de la suma de los dos ángulos seguiría siendo el mismo? ¿Por qué?

Te proponemos que ahora pruebes de hacer la misma construcción en el programa Geogebra como para ir probando sus funciones.

Cuando abris el archivo, es posible que veas una cuadrícula y un par de ejes. Nosotros, por ahora, no vamos a usar esas vistas, es por ello que te recomendamos usar la vista blanca.

En el extremo superior vas a encontrar comandos que tienen varias opciones al cliquearlas. Por ejemplo, encontrarás comandos para marcar puntos, rectas y ángulos.

Retomando el problema 1, vemos que **los ángulos $\widehat{AOC}$ y $\widehat{COB}$ tienen un lado en común y los otros dos lados son semirrectas opuestas. Es por ello que los ángulos son ADYACENTES.**

Teniendo en cuenta las respuestas f y g, ambos ángulos suman 180° , es decir, son **SUPLEMENTARIOS.**

Problema 2

Seguí las siguientes instrucciones para hacer una construcción en lápiz y papel:

- Trazá dos rectas **s** y **p** que se corten en el punto **O**.
- En la recta **s** marcá los puntos **A** y **B**, uno a cada lado del punto **O**.
- En la recta **p** marcá los puntos **C** y **D**, uno a cada lado del punto **O**, de manera que los ángulos: $\widehat{AOC}$ y $\widehat{BOD}$ no sean consecutivos. ¿Cómo son esos ángulos entre sí?

Te proponemos que pruebes, entonces, de hacer la misma construcción en el programa Geogebra .

Ahora vamos a responder a la pregunta c, sin calcular las medidas, mediante una deducción, apoyándonos en otras propiedades matemáticas. Veamos:

Las medidas de los ángulos $\widehat{AOC}$ y $\widehat{COB}$ suman 180° por ser adyacentes.

Las medidas de los ángulos $\widehat{DOB}$ y $\widehat{COB}$ suman 180° por ser adyacentes.

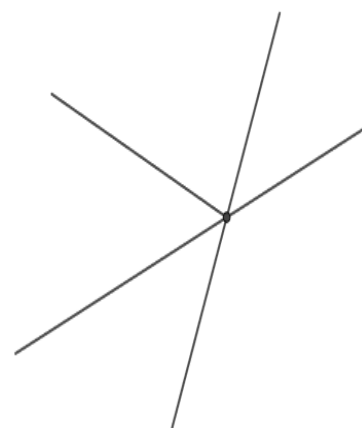
Como en ambas sumas interviene $\widehat{COB}$, se deduce que $\widehat{AOC}$ tiene la misma medida que $\widehat{DOB}$. Simbólicamente: $|\widehat{AOC}| = |\widehat{DOB}|$

Retomando el Problema 2 vemos que los ángulos $\widehat{A\hat{O}C}$ y $\widehat{D\hat{O}B}$, determinados por dos rectas que se cortan y no son adyacentes se denominan **OPUESTOS POR EL VÉRTICE** y miden lo mismo, es decir, son **CONGRUENTES**.

Problema 3

Señalá en el gráfico los siguientes ángulos:

- un par de ángulos $\hat{\beta}$ y $\hat{\rho}$ consecutivos no suplementarios.
- un par de ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\omega}$ opuestos por el vértice obtusos.
- un par de ángulos $\hat{\delta}$ y $\hat{\varepsilon}$ adyacentes.



Problema 4

Te proponemos que hagas una indagación, teniendo como referencia la Figura 1.

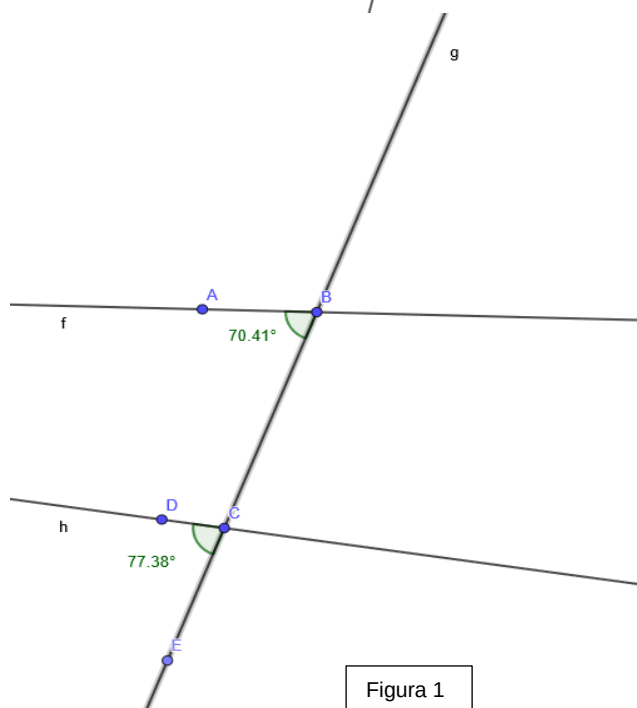
Opción 1: usando geogebra

Opción 2: usando regla y transportador.

Opción 1:

- Hacé la construcción usando el instructivo. Nota: en bastardilla y subrayado escribimos el nombre que le da el programa a cada objeto.

- Trazá una recta **f** usando la herramienta recta¹. Al hacerlo van a aparecer dos puntos que llamaremos **A** y **B**. El punto **B** es uno de los puntos móviles.



¹ En Geogebra, con este comando  podrás mover los puntos cuando utilizamos, por ejemplo, la herramienta recta.

- b) Trazá la recta **g** en la que **B** sea uno de los puntos que la definen, y el otro será **C**, también móvil.
 - c) Trazá una recta **h**, en la que **C** sea uno de los puntos que la definen. El punto **D** también es móvil.
 - d) Utilizá la herramienta de ángulo² para medir el ángulo $\widehat{ABC}$ o $\hat{\alpha}$.
 - e) Con la herramienta punto ubicá el punto **E** sobre la recta **g**, de manera que **C** quede entre **B** y **E**.
 - f) Marcá el ángulo $\widehat{DCE}$ o $\hat{\beta}$ con la herramienta ángulo.
2. Moviendo sólo el punto **A** (con el comando de la flecha), tratá de lograr que los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ midan igual. ¿Dónde tiene que estar **A**?
 3. ¿Qué otra herramienta se podría haber utilizado en el paso c para que ambos ángulos tengan la misma medida?

Opción 2

- a) Trazá una recta **f** y marcá dos puntos **A** y **B**.
- b) Trazá una recta **g** que pase por **B** y que contenga al punto **C**.
- c) Trazá otra recta **h** que pase por **C** y contenga **D**.
- d) Ubicá el punto **E** sobre la recta **g**, de manera que **C** quede entre **B** y **E**.
- e) Con el transportador tomá las medidas de los ángulos $\widehat{ABC}$ o $\hat{\alpha}$ y de $\widehat{DCE}$ o $\hat{\beta}$.
- f) Indagá dónde tendría que estar **A** para que ambos ángulos midan lo mismo.
- g) ¿Qué tendría que cambiar en el paso c para que ambos ángulos tengan la misma medida?

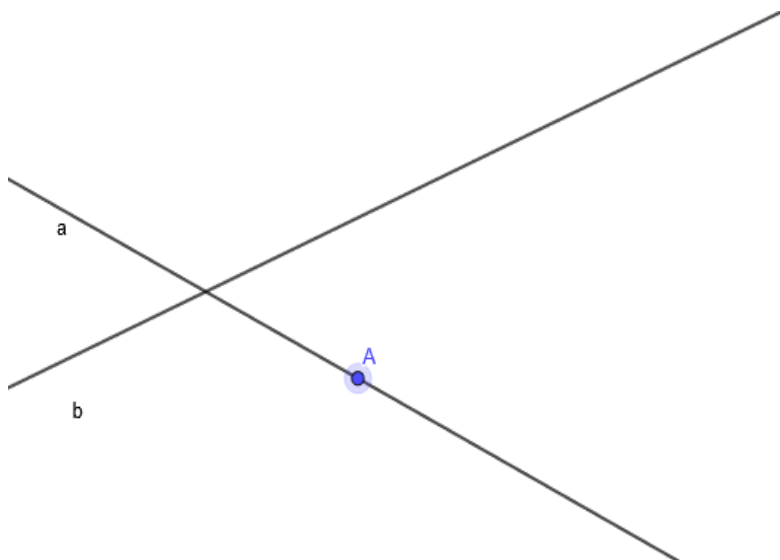
En este problema trabajamos con los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ que se llaman **ángulos correspondientes**. A partir de lo trabajado, podemos concluir que:

- Si las rectas son paralelas, los ángulos correspondientes son congruentes.

² Para visualizar el valor del ángulo convexo clickeá en el sentido antihorario los puntos que lo definen.

Problema 5

Trazá dos rectas como en el dibujo y construí con regla y transportador o con regla y compás, una recta paralela a **b** que pase por **A**.



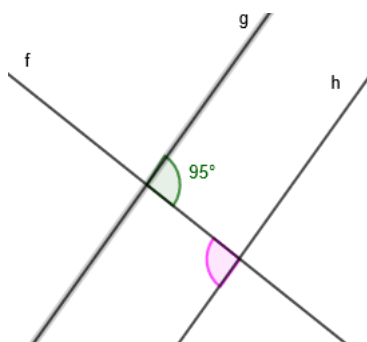
A partir de este problema podemos concluir que:

- si los ángulos correspondientes son congruentes, entonces las rectas que los determinan son paralelas.

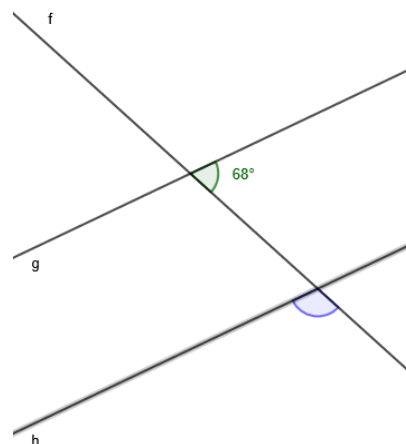
Problema 6

En todos los casos, las rectas **g** y **h** son paralelas. A partir de la amplitud del ángulo conocido, averiguá, sin usar transportador, cuánto mide el otro ángulo marcado. Explicá cómo lo pensaste.

a)



b)



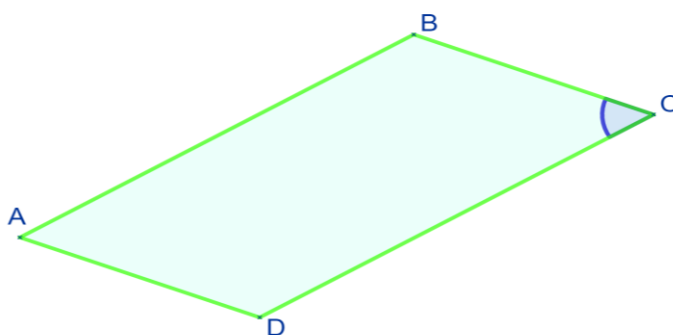
Problema 7

a) Averiguá la amplitud de los ángulos interiores del paralelogramo.

i) $|\widehat{ADC}| = 110^\circ$



ii) $|\widehat{BCD}| = 74^\circ$



b) Si un ángulo de un paralelogramo mide 35° , ¿cuánto miden los otros tres?

Problema 8

A partir de lo estudiado en el problema 7, completá las afirmaciones.

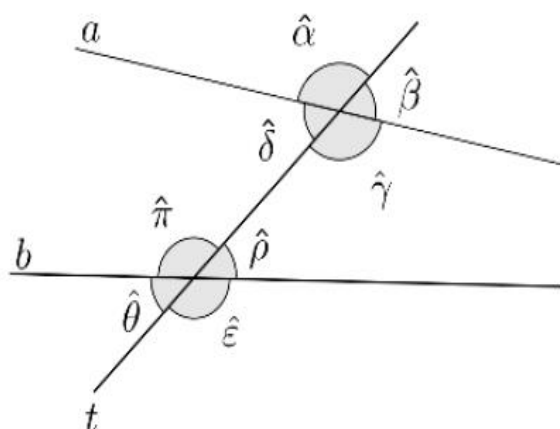
- a) Los ángulos opuestos de un paralelogramo
- b) Los ángulos consecutivos de un paralelogramo
- c) La suma de los ángulos interiores de un paralelogramo

Problema 9

Estas consignas podés hacerlas en papel o con GeoGebra³,

- Construí un paralelogramo que tenga un ángulo de 60° y un lado de 5 cm.
- ¿Cuántos paralelogramos no congruentes podés construir con esas condiciones?
- Construí un paralelogramo que tenga un ángulo de 60° y cuyos lados midan 5 cm y 3 cm.
- ¿Cuántos paralelogramos no congruentes podés construir con esas condiciones?

En los problemas anteriores trabajaste con propiedades de los ángulos correspondientes, que son ángulos formados entre dos rectas cortadas por una secante o transversal. Entre dichas rectas quedan determinados ocho ángulos.



Los ángulos $\hat{\delta}$ y $\hat{\rho}$, $\hat{\gamma}$ y $\hat{\pi}$ se denominan **alternos internos**.

Los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\theta}$ se denominan **alternos externos**.

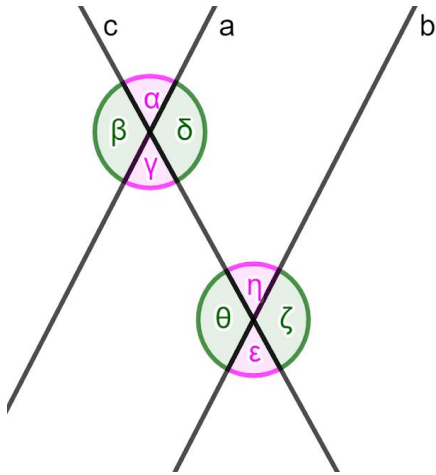
Los ángulos $\hat{\delta}$ y $\hat{\pi}$, $\hat{\gamma}$ y $\hat{\rho}$ se denominan **conjugados internos**.

Los ángulos $\hat{\alpha}$ y $\hat{\theta}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\varepsilon}$ se denominan **conjugados externos**.

Te pedimos que escribas los pares de ángulos correspondientes que identifiques en la figura.

Cuando las rectas son paralelas, la medida de un ángulo determinado por una paralela y la transversal es igual a la medida de su correspondiente en la otra paralela. A partir de esos dos ángulos, se pueden obtener los valores de los seis ángulos restantes.

³ Para hacer el lado del paralelogramo podés usar “segmento de longitud dada” e ingresar 5. En este programa los lados no tienen unidad de medida.



Así todos los ángulos del mismo color tienen la misma medida, es decir, son congruentes. Si consideramos uno de cada color, ambos resultan suplementarios.

Podríamos enunciar las siguientes propiedades:

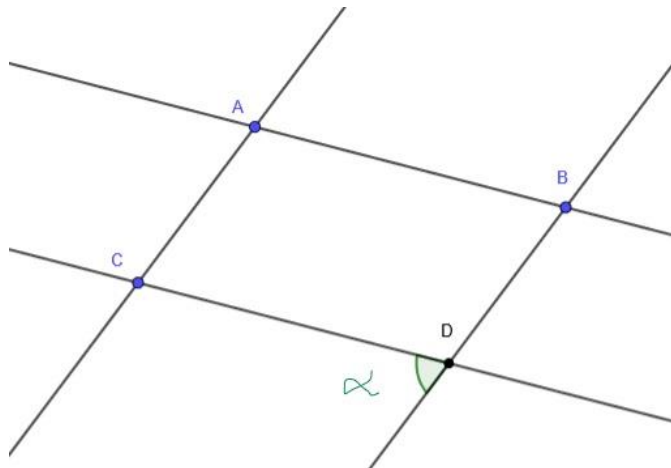
- Si las rectas son paralelas, los ángulos alternos son congruentes.
- Si las rectas son paralelas, los ángulos conjugados son suplementarios.

También se cumple que:

- Si los ángulos alternos son congruentes, entonces, las rectas que los determinan son paralelas.
- Si los ángulos conjugados son suplementarios, entonces, las rectas que los determinan son paralelas.

Problema 10

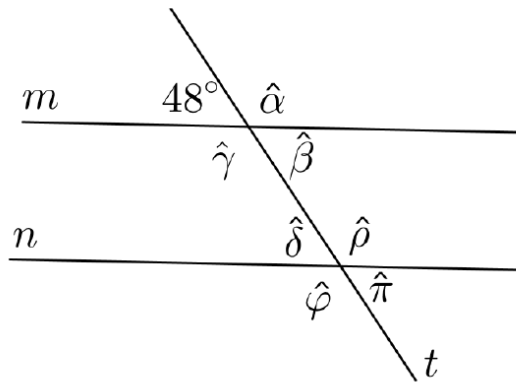
El **ABCD** es un paralelogramo. Sin usar transportador, marcá todos los ángulos que son suplementarios de $\hat{\alpha}$. Escribí qué propiedades usaste.



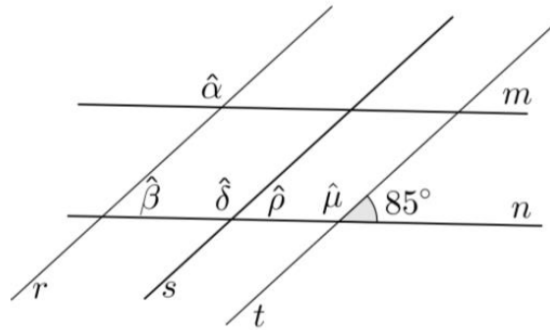
Problema 11

Calculá las amplitudes de los ángulos que están con nombre sabiendo que $m \parallel n$ y $r \parallel s \parallel t$.

a)



b)



Bibliografía consultada

Borsani, V., Lamela, C., Murúa, R., Sesa, C. (coord.) (2015). *Hacer Matemática 1/2*.
Boulogne: Estrada

Guelman, N., Itzcovich, H., Pavesi, L., Rudy, M. (2001). *El libro de la Matemática 8*.
Bs. As.: Estrada