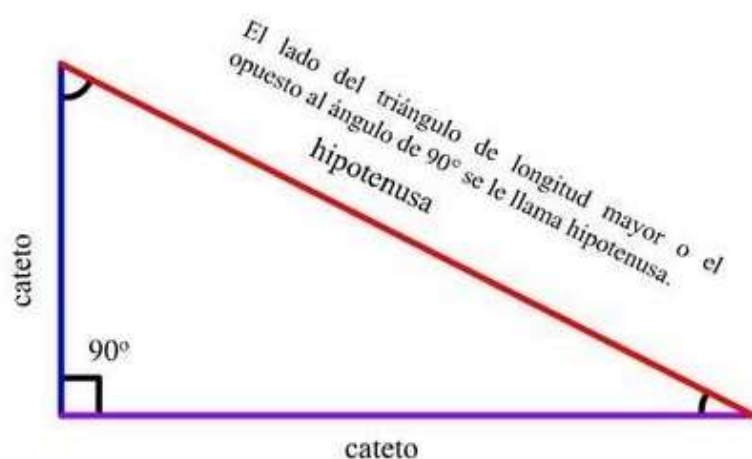


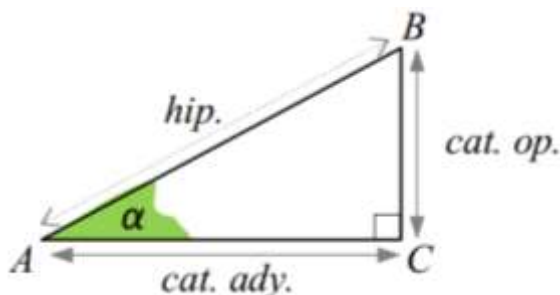
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

ALGUNOS CONCEPTOS PREVIOS

En un triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa**, y los otros dos lados se llaman **catetos**.



En el triángulo ABC



$\overline{AB}$ es la **hipotenusa**

$\overline{BC}$ es el **cateto opuesto** al ángulo α

$\overline{AC}$ es el **cateto adyacente** al ángulo α

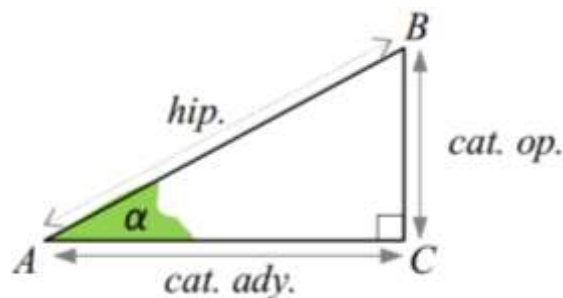
RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Razón: cociente entre dos números.

Definición: Se denominan **razones trigonométricas** a las razones que relacionan las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo.

Las razones que se determinan con las medidas de los lados dependen únicamente del ángulo α .

Las tres razones trigonométricas fundamentales se denominan: **seno, coseno y tangente del ángulo α** , y se definen de la siguiente manera:



- **seno del ángulo α ,**

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto al ángulo } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

- **coseno del ángulo α ,**

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adyacente al ángulo } \alpha}{\text{hipotenusa}}$$

- **tangente del ángulo α ,**

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto al ángulo } \alpha}{\text{cateto adyacente al ángulo } \alpha}$$

CÁLCULO DE RAZONES TRIGONOMÉTRICAS CON CALCULADORA

¿Cómo calculamos los valores de las **razones trigonométricas** utilizando la **calculadora científica**?

Para expresar los ángulos en grados en el sistema sexagesimal ($^{\circ}$) la misma debe estar en el modo Deg o D. (oprimir dos veces la tecla mode, aparecen tres opciones, oprimir la 1). Luego, procedemos de la siguiente manera:

Ejemplo 1.

Para calcular $\text{sen } 60^{\circ}$, tecleamos:



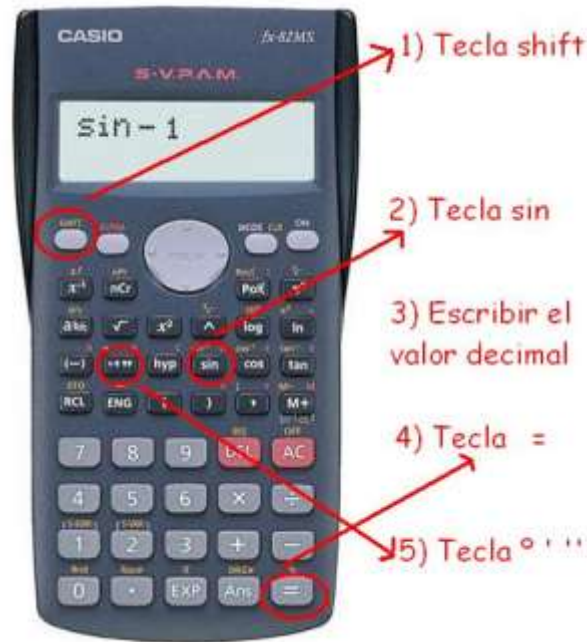
Aparecerá en el visor **0.866025403**.

Ejemplo 2:

Para calcular $\text{cos } 67^{\circ}35'$, tecleamos:



Aparecerá en el visor **0.381339299**



Para calcular la medida de un ángulo conocida una razón trigonométrica realizamos el procedimiento inverso:

Por ejemplo, si queremos averiguar la medida del ángulo conociendo la razón $\sin \alpha = 0,5$, tecleamos:



Aparecerá en el visor 30°.

Es posible que en algunas calculadoras el orden de las teclas sea diferente.

CONSIDERACIONES IMPORTANTES

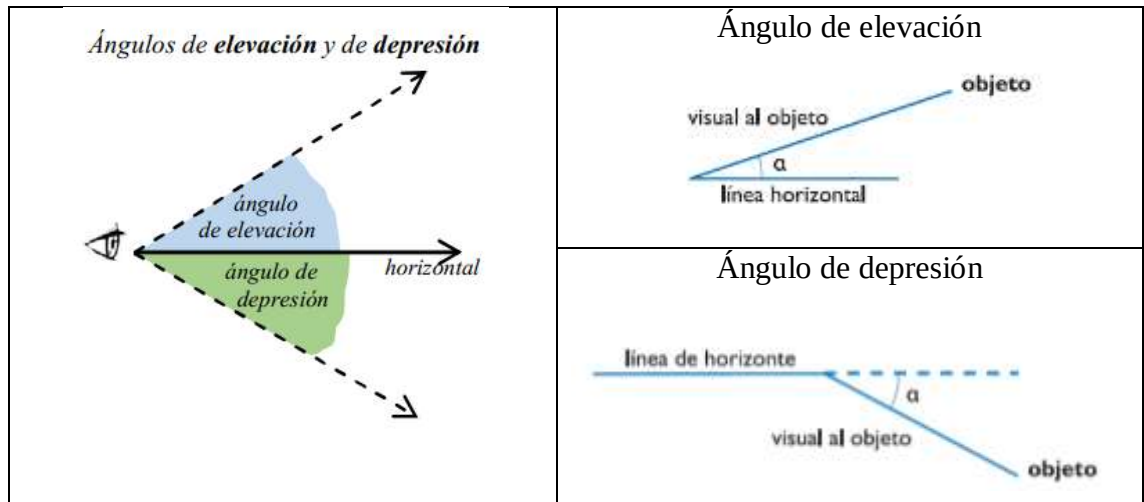
Para resolver los problemas de esta unidad temática, es importante considerar las siguientes cuestiones:

- En algunos casos, además de utilizar las razones trigonométricas seno, coseno o tangente, puede utilizarse el **teorema de Pitágoras**. El teorema dice que, en todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Es decir:

$$Hip^2 = Cat.mayor^2 + Cat.menor^2$$

- Es conveniente realizar una **figura de análisis** que grafique la situación planteada, y volcar en dicha figura tanto los datos del problema como las incógnitas que tenemos que averiguar.

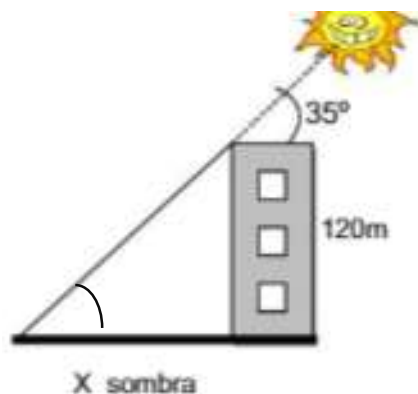
- Siempre que sea posible, **es conveniente utilizar los datos del problema y no los resultados obtenidos**. Si estos resultados están equivocados, se arrastra el error en la resolución.
- En algunos, casos los problemas hablan de **ángulo de elevación** y **ángulo de depresión**. Dichos ángulos son los que se forman entre el plano horizontal y la línea de visión, como se muestra en las siguientes figuras:



EJEMPLOS RESUELTOS

- ¿Cuál es la longitud de la sombra que proyecta un edificio de 120 metros de altura, cuando el sol presenta un ángulo de elevación de 35° desde la terraza?

- 1) Realizamos una **figura de análisis** que grafique el problema, y **volcamos en ella los datos y las incógnitas**



2) Analizamos el gráfico para identificar **cuál de las razones trigonométricas podemos utilizar** para resolver el problema en función de los datos que tenemos.

En este ejercicio conocemos las medidas de un ángulo y el cateto opuesto a dicho ángulo y queremos hallar el valor del otro cateto. **La razón trigonométrica que vincula los datos con la incógnita es la tangente.**

Por lo tanto:

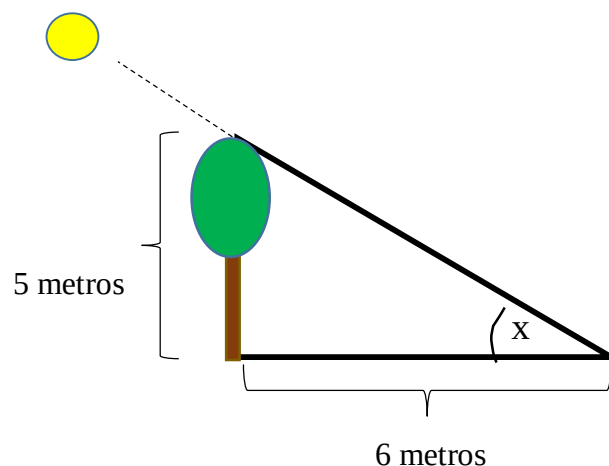
$$\begin{aligned} \tan 35^\circ &= \frac{\text{cat. opuesto a } 35^\circ}{\text{cat. adyacente a } 35^\circ} \Rightarrow \tan 35^\circ = \frac{120}{x} \Rightarrow x = \frac{120}{\tan 35^\circ} \\ &\Rightarrow x = 171,37 \end{aligned}$$

La sombra que proyecta el edificio es de 171,37 metros.

- Si querés ver la explicación del ejercicio clickea el siguiente link:
<https://youtu.be/s5q-kj2UZ8o>

➤ **Un árbol de 5 metros de alto proyecta una sombra de 6 metros de largo. Encontrar el ángulo de elevación del sol en ese momento.**

1) Realizamos una **figura de análisis** que grafique el problema, y **volcamos en ella los datos y las incógnitas**



2) Analizamos el gráfico para identificar **cuál de las razones trigonométricas podemos utilizar** para resolver el problema en función de los datos que tenemos.

En este ejercicio conocemos las medidas de los dos catetos del triángulo. **La razón trigonométrica que vincula la medida de los catetos es la tangente.**

Por lo tanto:

$$\tan \hat{x} = \frac{\text{cat. opuesto a } \hat{x}}{\text{cat. adyacente a } \hat{x}} = \frac{5}{6} \Rightarrow \tan \hat{x} = \frac{5}{6}$$

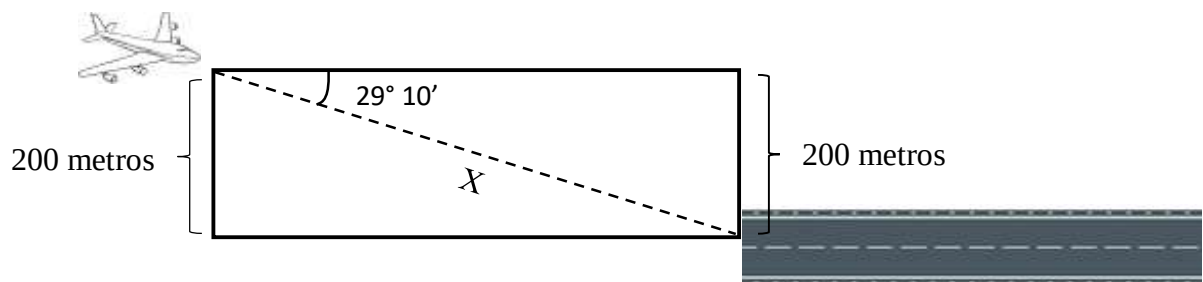
Utilizando la calculadora, podemos hallar la medida del ángulo $\hat{x}$: $\hat{x} = 39^\circ 48' 20''$

- Si querés ver la explicación del ejercicio clickea el siguiente link:

<https://youtu.be/IKLvsOw0u9s>

➤ Desde un avión que vuela a 200 metros de altitud se ve el inicio de la pista con un ángulo de depresión de $29^\circ 10'$ ¿A qué distancia se encuentra el avión del inicio de la pista?

- 1) Realizamos una **figura de análisis** que grafique el problema, y **volcamos en ella los datos y las incógnitas**



- 2) Analizamos el gráfico para identificar **cuál de las razones trigonométricas podemos utilizar** para resolver el problema en función de los datos que tenemos.

En este ejercicio conocemos el valor de un ángulo agudo ($29^\circ 10'$) y conocemos la medida de su cateto opuesto. La incógnita del problema es la medida de la hipotenusa. **La razón trigonométrica que vincula el cateto opuesto y la hipotenusa es el seno.**

Por lo tanto:

$$\text{sen } 29^\circ 10' = \frac{\text{cat. opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{200}{x}$$

Utilizando la calculadora, podemos hallar el seno de $29^\circ 10'$

$$\text{sen } 29^\circ 10' = \frac{200}{x} \Rightarrow (\text{sen } 29^\circ 10') x = 200 \Rightarrow x = \frac{200}{\text{sen } 29^\circ 10'} = 408,16$$

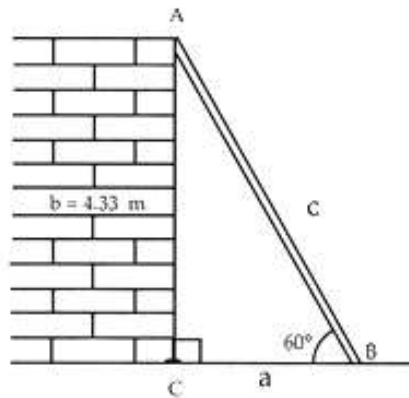
El avión se encuentra a **408,16 metros** del inicio de la pista de aterrizaje.

- Si querés ver la explicación del ejercicio clickea el siguiente link:

<https://youtu.be/oChnpTRMvva>

EJERCICIOS PROPUESTOS

- Una escalera apoyada en una pared de 4,33m de altura forma un ángulo de 60° con respecto al piso.



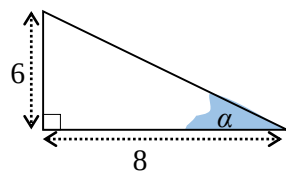
- Si quisiéramos calcular la longitud de la escalera, ¿qué razón trigonométrica usarías para hacerlo,

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{b}{c}; \quad \cos 60^\circ = \frac{a}{c} \quad \text{ó} \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{b}{a} ?$$

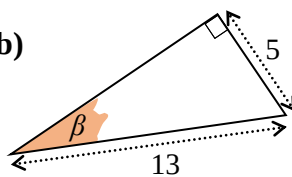
- ¿Cuánto mide la escalera?
- ¿A qué distancia de la pared está el pie de la escalera?

- Calculá las razones trigonométricas indicadas en cada caso:

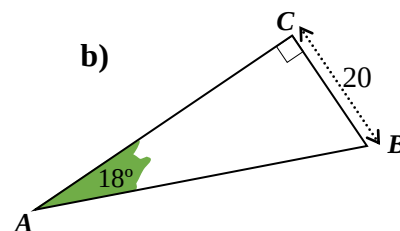
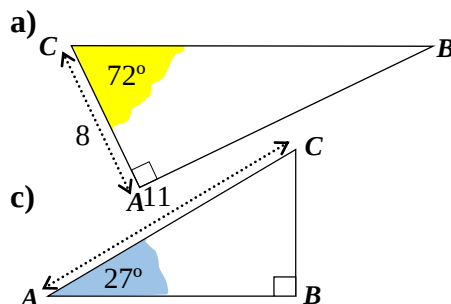
- tga
 - sena



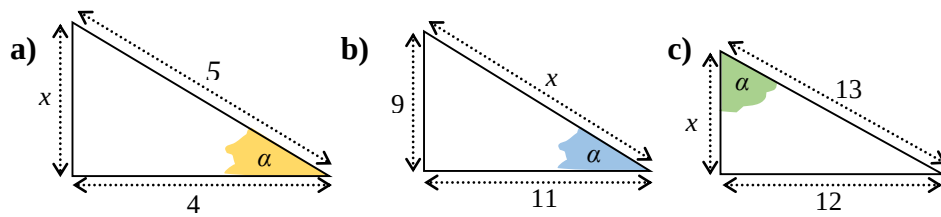
- $\cos \beta$
 - $\operatorname{tg} \beta$



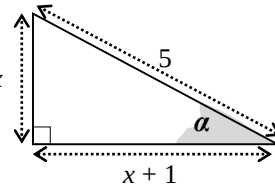
- En cada caso, calculá aproximadamente la longitud de los lados del triángulo:



4. En cada caso, calculá las medidas del ángulo y del lado indicados.



5. De acuerdo a los datos del triángulo dibujado, calcular su perímetro y la amplitud aproximada x del ángulo α .



6. De acuerdo al dibujo y sabiendo que:

- el triángulo **BDC** es rectángulo e isósceles,
 - la medida de **BD** es 9cm,
 - la medida de **AC** es 21cm,
- calculá, aproximadamente, la amplitud del ángulo **ADC**.

