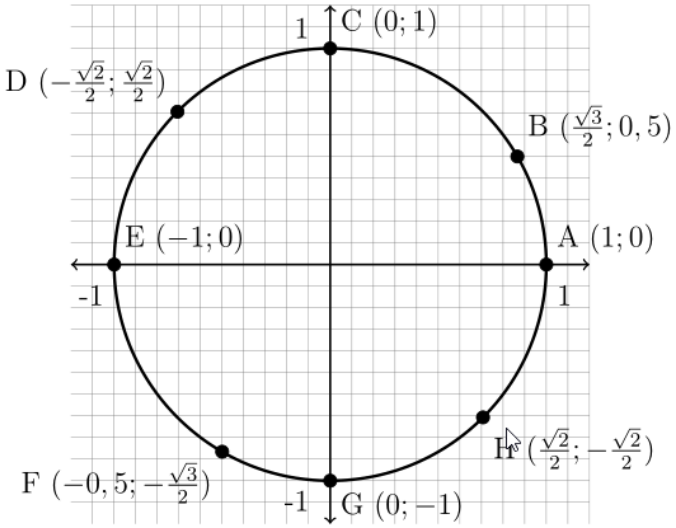
Funciones Trigonométricas – **Actividad 1**

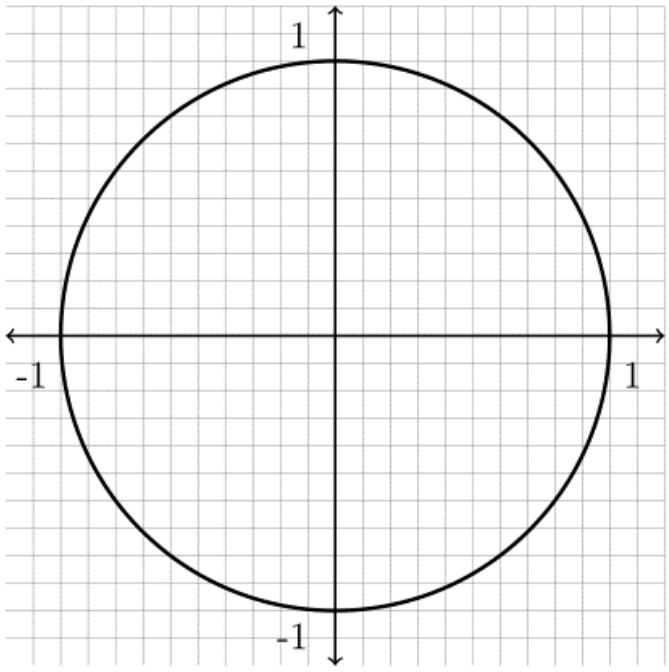
1. Para cada uno de los ángulos listados indicá a qué puntos de la circunferencia trigonométrica refieren:

$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$
$\alpha_2 = 2\pi$
$\alpha_3 = \frac{7}{4}\pi$
$\alpha_4 = \pi$
$\alpha_5 = -\frac{\pi}{2}$
$\alpha_6 = \frac{3}{4}\pi$
$\alpha_7 = \frac{\pi}{6}$
$\alpha_8 = \frac{4}{3}\pi$
$\alpha_9 = -\frac{2}{3}\pi$
$\alpha_{10} = \frac{3}{2}\pi$
$\alpha_{11} = 17\pi$



2. Marcá en la circunferencia trigonométrica el punto indicado por los siguientes ángulos, indicando sus coordenadas:

$\theta_1 = \frac{2\pi}{3}$
$\theta_2 = \frac{5\pi}{4}$
$\theta_3 = \frac{-\pi}{3}$
$\theta_4 = 1$
$\theta_5 = -2$



3. Para los siguientes ángulos en radianes, indicá el valor de su seno y coseno:

a)

$\boldsymbol{\alpha}$	$\mathbf{0}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π
$sen(\alpha)$									
$cos(\alpha)$									

b)

$\boldsymbol{\alpha}$	$-\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$-\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$-\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$-\frac{11}{6}\pi$	2π
$sen(\alpha)$								
$cos(\alpha)$								

4. A partir de la información indicada en cada caso, indicá el valor de las restantes funciones trigonométricas:

   a. $sen\,(\alpha) = \frac{\sqrt{11}}{6}$ $\qquad \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$

   b. $cos\,(\alpha) = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ $\qquad \pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$

   c. $tg\,(\alpha) = -\frac{3}{5}$ $\qquad \text{sen}\,(\alpha) > 0$

5. Resolvé las siguientes ecuaciones dando su conjunto solución en el intervalo $[0; 2\pi)$:

   a) $sen(x) = 1$ $\qquad$ b) $\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

   c) $sen(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\qquad$ d) $2\cos(x) - 1 = 0$

   e) $5sen(x) = -5$ $\qquad$ f) $tg(x) = 1$

   g) $\cos^2(x) = \frac{1}{4}$ $\qquad$ h) $\left(1 - sen^2(x)\right)(1 + 2\cos(x)) = 0$

   i) $2sen^2(x) - sen(x) - 1 = 0$

Tené en cuenta:

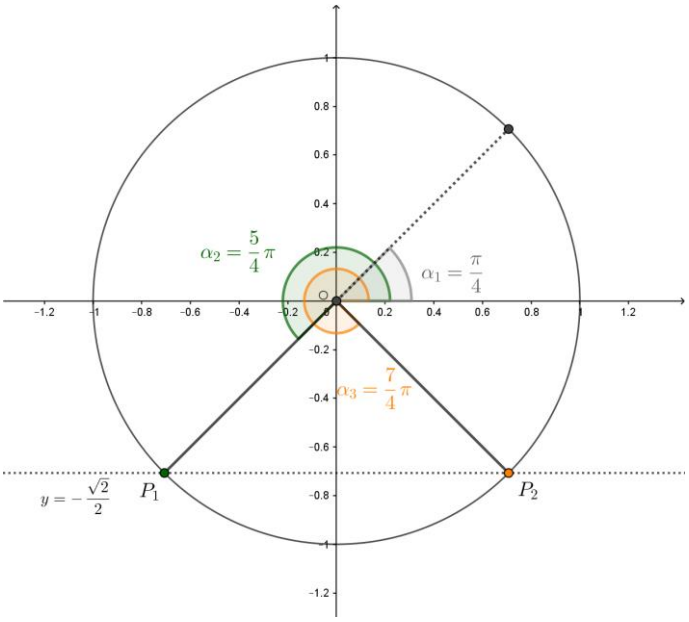
$sen^2\,(x) = (sen\,(x))^2$

$\text{sen}\,x^2 = \text{sen}\,(x^2)$

En la actividad anterior nos pidieron las soluciones de cada una de las ecuaciones en el intervalo $[0; 2\pi]$. ¿Hay otras soluciones? ¿Cuántas son? ¿Podemos dar *todas* las soluciones?

Intentemos resolver esta pregunta resolviendo un ejemplo.

¿Cuáles son *todos* los valores de x tales que $sen(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$?



Con ayuda de la circunferencia trigonométrica o utilizando valores de las tablas del ejercicio 3, podemos hallar dos ángulos del intervalo $[0; 2\pi)$. Recordemos que estamos buscando los ángulos que determinen un punto de la circunferencia cuya ordenada sea $-\frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$sen(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \rightarrow x_1 = \frac{5}{4}\pi \; ; x_2 = \frac{7}{4}\pi$$

Ahora bien, para cada uno de esos ángulos, podemos encontrar otros coterminales con él. Por ejemplo, para $x_1 = \frac{5}{4}\pi$, el ángulo $\frac{13}{4}\pi$ que se obtiene dando un giro más en sentido antihorario tiene el mismo lado terminal y deja al punto P_1 en el mismo lugar. Lo mismo podemos decir de los ángulos $\frac{21}{4}\pi; \frac{28}{4}\pi; -\frac{3}{4}\pi; -\frac{11}{4}\pi$; etc. Es decir que todos esos ángulos dan el mismo valor del seno:

$$\ldots = sen\left(-\frac{11}{4}\pi\right) = sen\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = sen\left(\frac{5}{4}\pi\right) = sen\left(\frac{13}{4}\pi\right) = sen\left(\frac{21}{4}\pi\right) = \cdots$$

¿Cuáles son ***todos*** los ángulos que tienen el mismo lado terminal y por lo tanto tengan el mismo seno?

Seguramente estés de acuerdo que una forma de encontrarlo es partir de un ángulo con ese lado terminal (por ejemplo, $\frac{5}{4}\pi$) y obtener toda la familia de ángulos dando giros completos en sentido horario o antihorario. Es decir, sumando o restando un múltiplo entero de 2π:

$$\boldsymbol{\frac{5}{4}\pi} \to \frac{5}{4}\pi + 2\pi \to \frac{5}{4}\pi + 4\pi \to \frac{5}{4}\pi + 6\pi \to \cdots \to \frac{5}{4}\pi - 2\pi \to \frac{5}{4}\pi - 4\pi \to \cdots$$

Una forma "económica" de escribir todos los ángulos que cumplen esta condición es:

$$\boldsymbol{\frac{5}{4}\pi + 2k\pi \ \ (k \in Z)}$$

Lo mismo podemos hacer con el otro ángulo que hallamos, $\frac{7}{4}\pi$:

$$\ldots = sen\left(-\frac{9}{4}\pi\right) = sen\left(-\frac{1}{4}\pi\right) = sen\left(\frac{7}{4}\pi\right) = sen\left(\frac{15}{4}\pi\right) = sen\left(\frac{23}{4}\pi\right) = \cdots$$

Y podemos escribir todos los ángulos que cumplen esta condición de esta forma:

$$\boldsymbol{\frac{7}{4}\pi + 2k\pi \ \ (k \in Z)}$$

Así, todos los ángulos que verifican la igualdad original, esto es, el conjunto solución en $\mathbb{R}$ de la ecuación es:

$$S = \left\{\frac{5}{4}\pi + 2k\pi \,;\, \frac{7}{4}\pi + 2k\pi \ (k \in Z)\right\}$$

Usemos estas ideas en los próximos ejercicios.

6. Resolvé las siguientes ecuaciones dando su conjunto solución en $\mathbb{R}$:

   a) $sen(x) = 0$ b) $\cos(x) = 0$

   c) $sen(x) = \frac{1}{2}$ d) $\cos(x) = -\frac{1}{2}$

   e) $sen(2x) = 1$ f) $cos(3x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

   g) $sen(x - \pi) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ h) $cos\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

7. Resolvé las siguientes ecuaciones dando su conjunto solución en el intervalo $[-4\pi; -\pi]$:

   a) $sen(x) = -1$ b) $\cos(x) = \frac{1}{2}$

   c) $2sen(x) = -\sqrt{3}$ d) $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$