

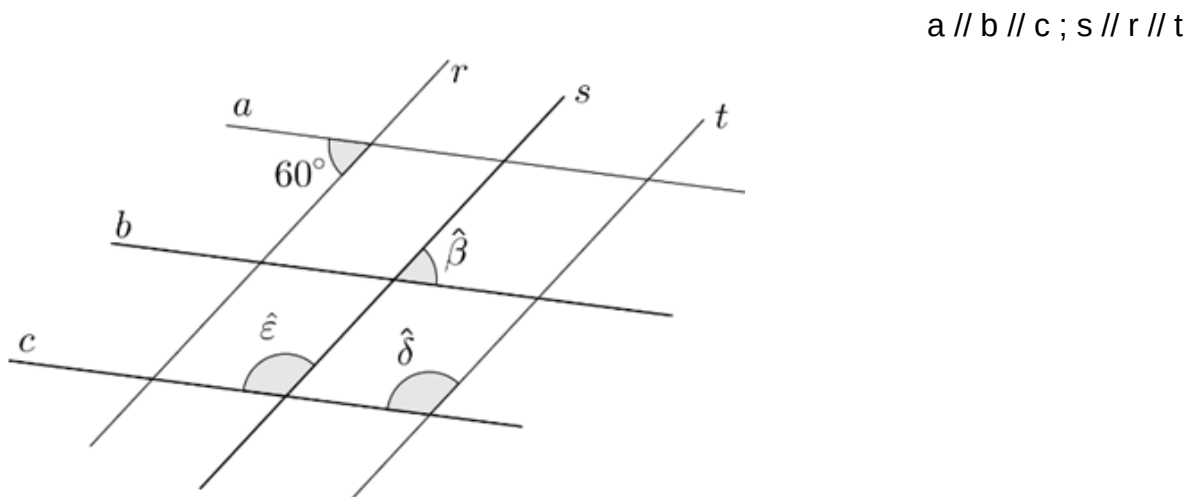
1er año – Ángulos - Actividad 2

¡Hola otra vez!

En esta Actividad te proponemos aplicar los conceptos que trabajamos en la Actividad 1 e intentar demostrar propiedades. Empecemos.

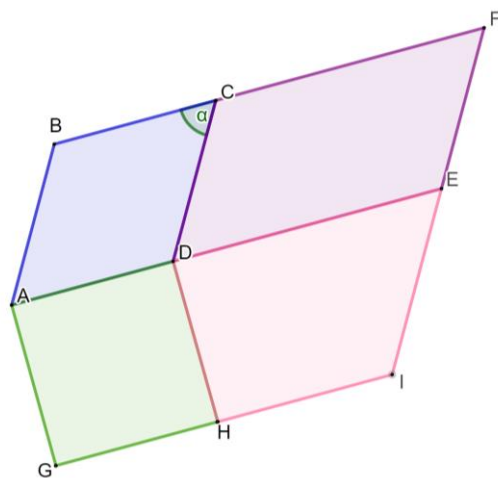
Problema 1

Calculá las amplitudes de $\hat{\beta}$, $\hat{\delta}$ y $\hat{\epsilon}$ y justificá con las propiedades que usaste para deducir las amplitudes de los ángulos. Para ello recordá las propiedades de los problemas de la Actividad 1.



Problema 2

Se armó esta figura con cuatro piezas: un rombo azul, un paralelogramo violeta, un cuadrado verde y un trapecio rosa.



Averiguá cuánto miden los ángulos interiores de los cuatro cuadriláteros sabiendo que:

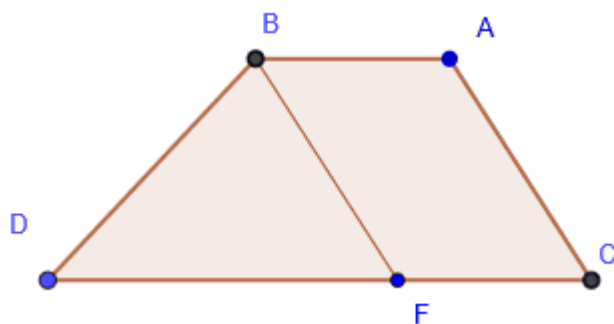
$$|\hat{\alpha}| = 60^\circ$$

los puntos A, D y E están alineados

los puntos I , E y F están alineados

Problema 3

ABFC es un paralelogramo. $|\widehat{FBD}|=50^\circ$ y $|\widehat{BDF}|=65^\circ$. Teniendo en cuenta que la figura que acompaña al problema es una *figura de análisis*, calculá todos los ángulos interiores del trapecio **DBAC** y escribí en qué propiedad te apoyás para deducir el valor de los ángulos.

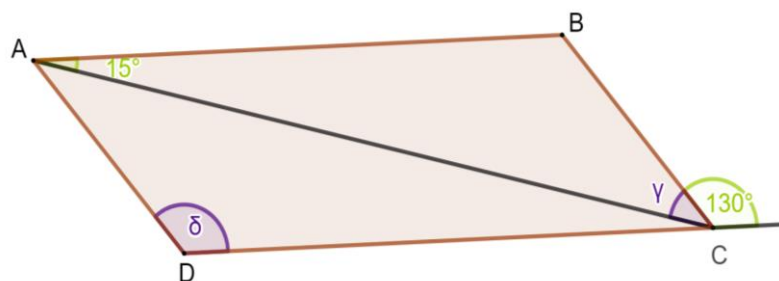


Realizar una figura de análisis facilita establecer algunas relaciones, pero debemos recordar que se trata sólo de una posible representación del problema que se intenta resolver.

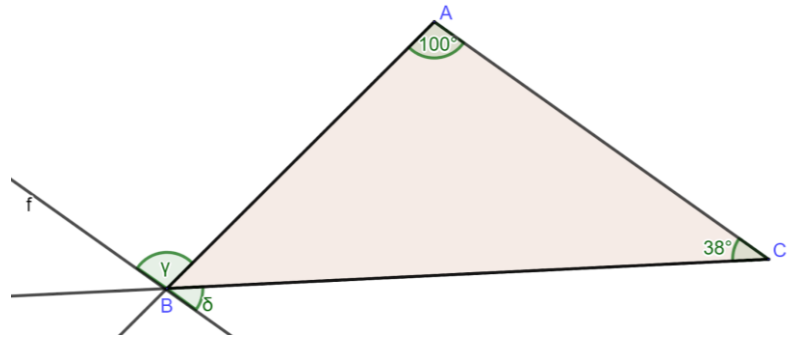
Problema 4

Calculá las medidas de $\hat{\gamma}$ y $\hat{\delta}$ e indicá, en cada caso, la propiedad que tuviste en cuenta para calcularlos.

a) $\angle Y$ $|\widehat{ABC}|$?



b) $f \parallel \overline{AC}$. ¿ $\angle Y \mid \widehat{ABC}$?



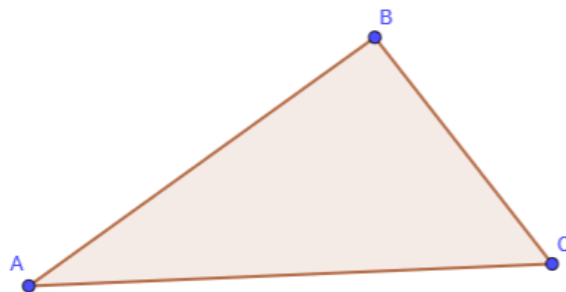
En los problemas anteriores, habrás usado varias propiedades de los ángulos entre paralelas, o de los ángulos interiores de un paralelogramo. También para hallar la amplitud de **DFB** te habrás apoyado en una propiedad de los triángulos.

Ahora vamos a detenernos en esa propiedad conocida para entrar en el terreno de la **DEMOSTRACIÓN**. En matemática no basta que verifiquemos que una propiedad se cumpla muchas veces para afirmar que es válida **SIEMPRE**. Por el contrario, se busca dar razones de su validez sin apoyarse en casos particulares, sino a partir de otras propiedades previamente aceptadas como válidas.

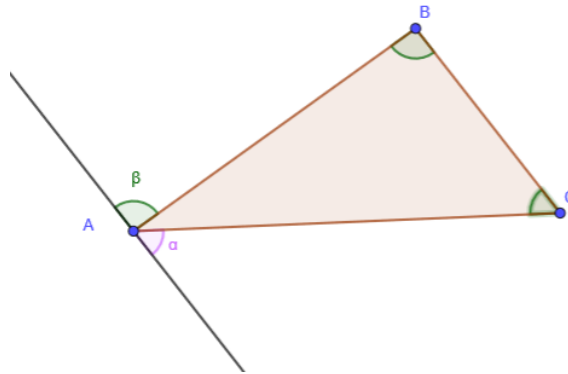
Te proponemos que analices la siguiente demostración.

LA SUMA DE LOS ÁNGULOS INTERIORES DE TODO TRIÁNGULO ES IGUAL A 180° .

Para ello tomamos una figura de análisis como referencia, sin importar el caso particular.



Trazamos una recta auxiliar, paralela a uno de los lados, por el vértice opuesto.



El ángulo β resulta congruente al ángulo ABC , por ser alternos internos entre paralelas cortadas por la transversal AB .

También los ángulos α y BCA son congruentes, por ser alternos internos entre paralelas cortadas por la transversal AC .

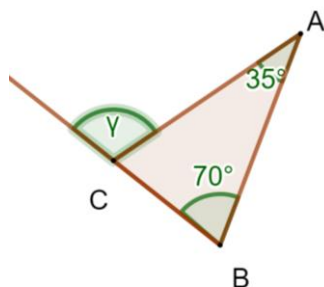
Como $|\hat{A}| + |\hat{B}| + |\hat{C}| = 180^\circ$ por formar un ángulo llano, reemplazando por los ángulos cuyas amplitudes son iguales podemos afirmar que: $|\hat{A}| + |\hat{B}| + |\hat{C}| = 180^\circ$

A través de este razonamiento, que llamamos deductivo, porque se apoya en otras propiedades, pudimos DEMOSTRAR que es válido SIEMPRE.

Problema 5

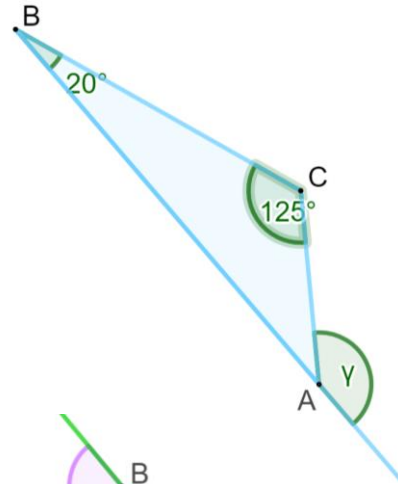
- En cada caso, a partir de los datos dados, hallá la amplitud del ángulo exterior nombrado.

a) $|\hat{CAB}| = 35^\circ$ $|\hat{ABC}| = 70^\circ$

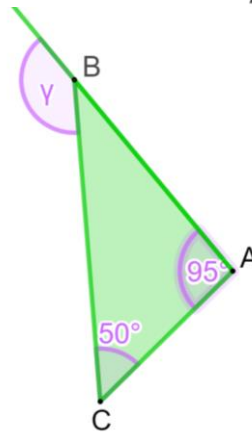


Un ángulo exterior está formado por un lado y la prolongación del consecutivo. Es el ángulo adyacente al ángulo interior

b) $|\widehat{BCA}| = 125^\circ$ $|\widehat{ABC}| = 20^\circ$



c) $|\widehat{BAC}| = 95^\circ$ $|\widehat{ACB}| = 50^\circ$



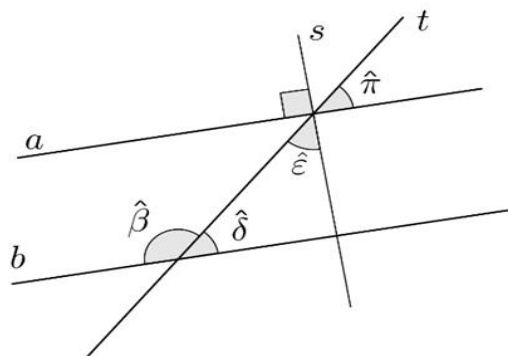
2) ¿Podrías explicar cuál es el procedimiento para hallar la amplitud del ángulo exterior en los triángulos anteriores? ¿Y cuál sería la manera más rápida de hacerlo?

3) ¿Cómo quedaría enunciada la propiedad referida al ángulo exterior de un triángulo?

4) Proponé una explicación o razonamiento deductivo que involucre otras propiedades conocidas para demostrar que esa propiedad enunciada anteriormente es válida siempre, más allá de los ejemplos del ítem 1.

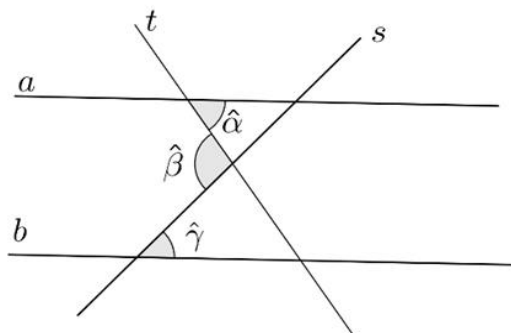
Problema 6

En el siguiente gráfico, las rectas **a** y **b** son paralelas, las rectas **s** y **a** son perpendiculares y $|\hat{\epsilon}| = 32^\circ$. Calculá las amplitudes de $\hat{\pi}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\delta}$.



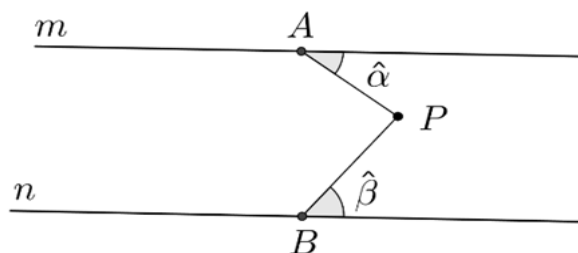
Problema 7

En el siguiente gráfico $|\hat{\alpha}| = 28^\circ$, $|\hat{\beta}| = 78^\circ$, y $|\hat{\gamma}| = 50^\circ$. Demostrá que **a** // **b**.



Problema 8

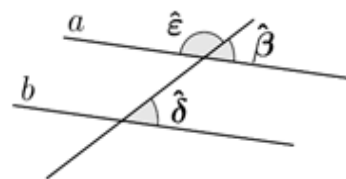
En el siguiente gráfico, las rectas **m** y **n** son paralelas, $|\hat{\alpha}| = 20^\circ$ y $|\hat{\beta}| = 35^\circ$. Calculá la amplitud del ángulo convexo **A $\hat{P}$ B**.



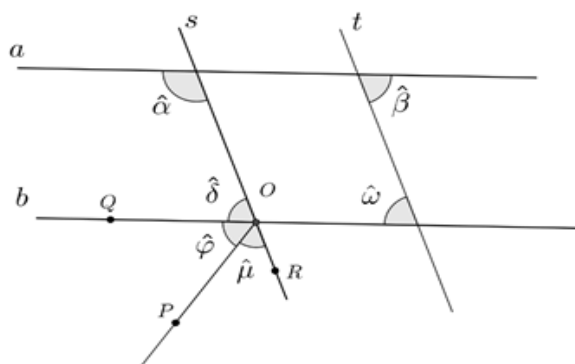
Problema 9

Calculá lo pedido en cada caso, justificando tus pasos.

- a) **a** y **b** son paralelas $|\hat{\epsilon}| = 2|\hat{\beta}| + x$ $|\hat{\delta}| = 20^\circ + x$.
Calculá $|\hat{\delta}|$



- b) **a** y **b** son paralelas
s y **t** también son paralelas.
 $\overrightarrow{OP}$ es bisectriz del $\widehat{QOR}$.
 $|\hat{\varphi}| = x + 36^\circ$ y $|\hat{\mu}| = 3x - 40^\circ$
Calculá la amplitud de los ángulos
marcados.



Bibliografía consultada

Borsani, V., Lamela, C., Murúa, R., Sesa, C. (coord.) (2015). *Hacer Matemática 1/2*.
Boulogne: Estrada

Guelman, N., Itzcovich, H., Pavesi, L., Rudy, M. (2001). *El libro de la Matemática 8*.
Bs. As.: Estrada

Agrasar M., Crippa Ana L., Díaz A., Chemello G. (coord) (2015) *II Matemática*. Bs.As.
Longseller

Guía de Ejercicios. Departamento de Matemática. E.S.C.C.P.