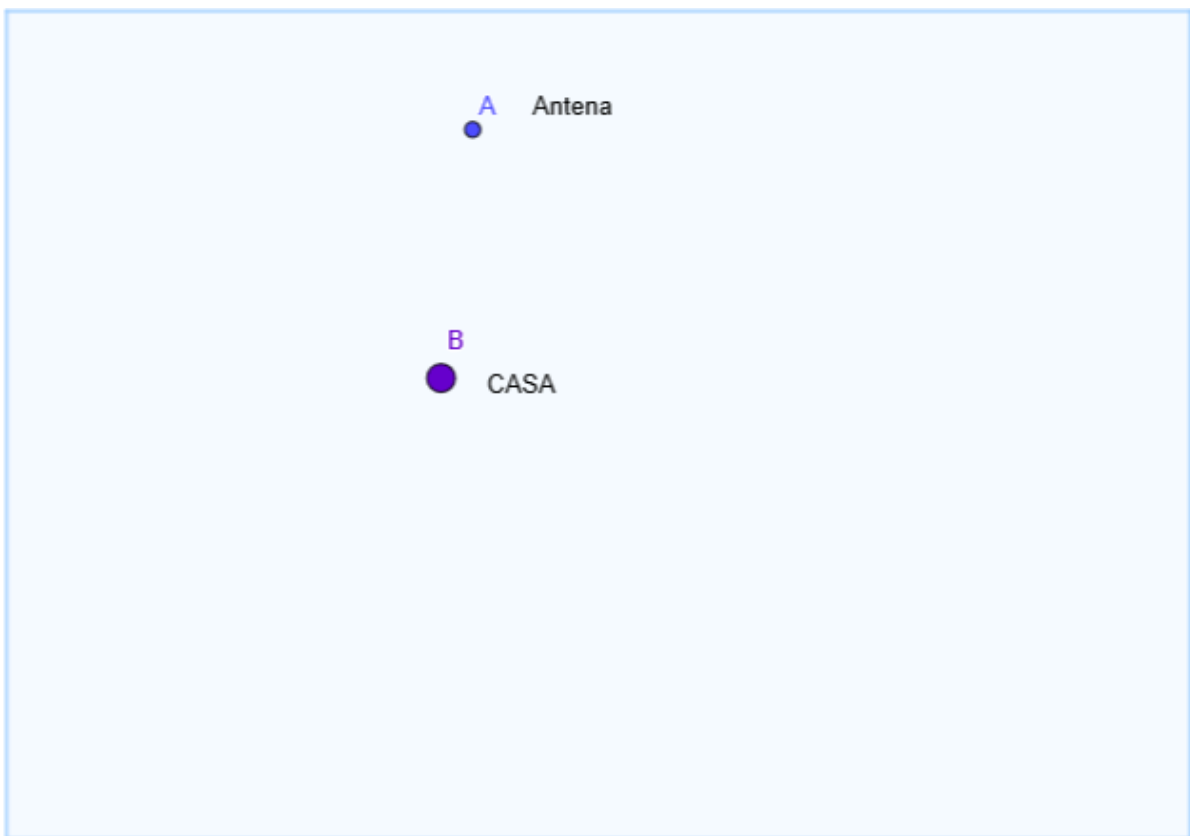


1er año - Triángulos-

En este conjunto de problemas te proponemos estudiar sobre algunas características de los triángulos. Para ello es necesario tener a mano ciertos conceptos vinculados a las circunferencias.

Problema 1

El siguiente esquema muestra el lugar en el que se encuentra una antena y una casa.



Te pedimos que marques en el esquema los puntos pedidos:

- a) Cinco puntos donde se puedan ubicar otras antenas, de manera que queden a la misma distancia de la casa que la antena **A**.
- b) Todos los puntos que están más lejos de la antena **A**.
- c) Todos los puntos que están más cerca de la antena **A**.

Recordemos que:

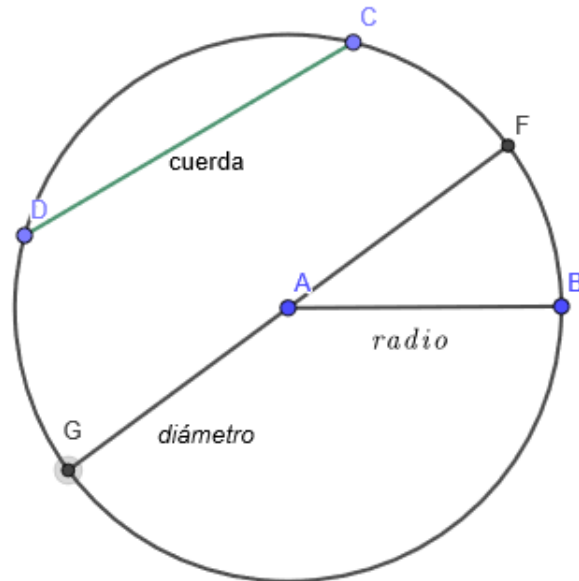
Se llama **circunferencia** al conjunto de puntos del plano que se encuentran a la misma distancia de un punto llamado centro.

La distancia del centro a cualquier punto de la circunferencia se llama **radio**.

El conjunto de todos los puntos del plano que están a una distancia igual o menor que el radio se llama **círculo**.

Se llama **cuerda** a todo segmento que une dos puntos de la circunferencia.

El **diámetro** es una cuerda que pasa por su centro, es decir, que su medida es igual a dos veces el radio.



Problema 2

Construí las figuras que corresponden a los instructivos. (Se puede hacer en papel, pero te recomendamos que uses Geogebra)

1) Figura A

- a) Trazá una circunferencia con centro en **O**.

En los casos que sea posible marcá en la circunferencia lo pedido. Si no es posible, explicá por qué:

- b) Dos puntos **A** y **B**, de manera que el triángulo **AOB** sea rectángulo.
- c) Dos puntos **M** y **N**, de manera que el triángulo **MON** sea isósceles.
- d) Dos puntos **T** y **S**, de manera que el triángulo **OTS** no sea isósceles.

2) Figura B

- a) Trazá una circunferencia de centro **O** y 4 cm de radio.

En Geogebra podés usar *circunferencia con centro y radio*. Con el cursor en el Punto podés renombrar.

Recordá que en Geogebra las medidas se consideran sin unidades.

- b) Marcá un punto **S** sobre la circunferencia.
- c) Trazá una circunferencia con centro **S** y 3 cm de radio.
- d) Marcá los puntos de intersección entre ambas circunferencias.

Llamálos **M** y **N**.

Con Geogebra podés usar *intersección tocando con el cursor ambas circunferencias*.

¿Cómo son los triángulos **OSM** y **OSN**? ¿Por qué?

¿La respuesta sería distinta si ubicamos el punto **S** en otro lugar de la circunferencia?

¿Qué tendrías que cambiar en el instructivo para que los triángulos **OSN** y **OSM** sean equiláteros?

Problema 3

Construí (en papel o con Geogebra) un triángulo **ABC** que cumpla con los siguientes datos.

- a) $|\overline{AB}| = 5 \text{ cm}$ $|\overline{BC}| = 4 \text{ cm}$
- b) $|\overline{AB}| = 7 \text{ cm}$ $|\overline{BC}| = 4 \text{ cm}$ $|\overline{CA}| = 5 \text{ cm}$
- c) $|\hat{A}| = 50^\circ$ $|\hat{B}| = 60^\circ$ $|\hat{C}| = 70^\circ$

Respondé, en cada caso, si se pueden construir otros distintos. Si creés que es posible, indicá cuántos otros podrían dibujarse. Si creés que no, explicá por qué.

Recordamos que:

Es importante la forma de las figuras, pero no la posición de las mismas en el plano.

Dos triángulos son congruentes si sus lados y sus tres ángulos son respectivamente congruentes (es decir que, al superponerlos, coinciden).

Problema 4

- 1) A continuación, te damos varias opciones como medidas de lados de un triángulo. Usando regla y compás, construí cada triángulo o explicá por qué no se puede construir. También podés usar Geogebra (para escribir decimales, se usa punto).

- a) $|\overline{AB}| = 4 \text{ cm}$ $|\overline{BC}| = 5,5$ $|\overline{CA}| = 7 \text{ cm}$
- b) $|\overline{AB}| = 4 \text{ cm}$ $|\overline{BC}| = 3 \text{ cm}$ $|\overline{CA}| = 7 \text{ cm}$
- c) $|\overline{AB}| = 7 \text{ cm}$ $|\overline{BC}| = 2 \text{ cm}$ $|\overline{CA}| = 4,5 \text{ cm}$

- 2) Inventá tres medidas con las que se pueda construir un triángulo y otras tres con la que no se pueda construir.

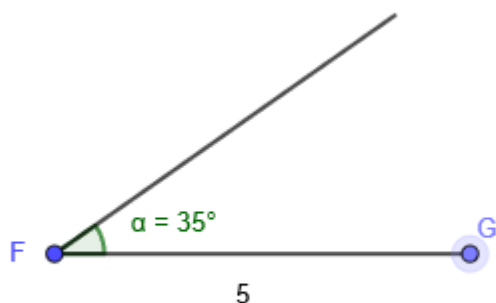
A partir de lo trabajado en este problema se puede concluir que **en todo triángulo cada lado mide menos que la suma de los otros dos.**

- 3) En los casos en que en el **ítem 1** es posible construir un triángulo, ¿cuántos triángulos distintos pudiste construir con cada terna de medidas?

Problema 5

En este problema te proponemos nuevas construcciones, intentalo con Geogebra, aunque también podés trabajar en papel. Recordá que Geogebra podés usar como herramienta: *ángulo dada su amplitud, ingresando el valor en la barra de entrada.*

- 1) Contruí un triángulo **ABC** con $|\overline{AB}| = 4,7$ cm; $|\widehat{B}| = 45^\circ$ y $|\overline{CA}| = 4$ cm. ¿Es posible construir otro distinto? ¿Cuántos triángulos podés construir con estos datos?
- 2) A partir del siguiente dibujo:



- a) Si el lado **FE** debe medir 3 cm, ¿podés terminar de dibujar **EFG**?
¿Cuántos triángulos no congruentes podés dibujar?
- b) Si el lado **FE** debe medir 8 cm, ¿podés terminar de dibujar **EFG**?
¿Cuántos triángulos no congruentes podés dibujar?
- c) Si el ángulo **F** midiera 120° , ¿para qué valor de $\overline{FE}$ se puede construir un único triángulo?

Problema 6

En la siguiente tabla se presentan juegos de datos para construir el triángulo **ABC**. Marcá con una cruz en la columna correcta y realizá la construcción con Geogebra o con instrumentos de geometría en papel. Si contestaste que no hay, explicá por qué.

DATOS	Hay un único triángulo	Hay varios triángulos	No hay triángulos
$ \overline{AB} = 3$ $ \widehat{A} = 30^\circ$ $ \widehat{B} = 48^\circ$			
$ \widehat{A} = 38^\circ$ $ \widehat{B} = 58^\circ$ $ \widehat{C} = 60^\circ$			
$ \overline{AB} = 4,3$ $ \widehat{A} = 55^\circ$ $ \widehat{B} = 135^\circ$			
$ \widehat{A} = 30^\circ$ $ \widehat{B} = 68^\circ$ $ \widehat{C} = 82^\circ$			

Los **criterios de congruencia de triángulos** son grupos de condiciones mínimas que garantizan que dos triángulos son congruentes.

De acuerdo a lo trabajado, podemos enunciar tres **criterios de congruencia de triángulos**:

- Dos triángulos son congruentes si los tres lados de uno son congruentes a los lados del otro.
- Dos triángulos son congruentes si los dos lados y el ángulo comprendido entre ellos son respectivamente congruentes en ambos triángulos.
- Dos triángulos son congruentes si dos ángulos y el lado adyacente a ellos son respectivamente congruentes entre ambos triángulos.

Un lado adyacente es uno de los lados que forma un ángulo dado.

Problema 7

Decidí si las afirmaciones son Verdaderas o Falsas. Justificá tus decisiones.

- a) Se puede construir varios triángulos equiláteros no congruentes con un lado de 4 cm.
- b) Hay infinitos triángulos rectángulos isósceles cuyos catetos miden 6 cm.
- c) Es posible construir dos triángulos isósceles no congruentes con un lado de 5 cm y otro de 3 cm.

Recordá:

Alturas de un triángulo: Son los segmentos perpendiculares a cada lado, o a sus prolongaciones, que tienen un extremo en un lado y el otro extremo en el vértice opuesto a ese lado.

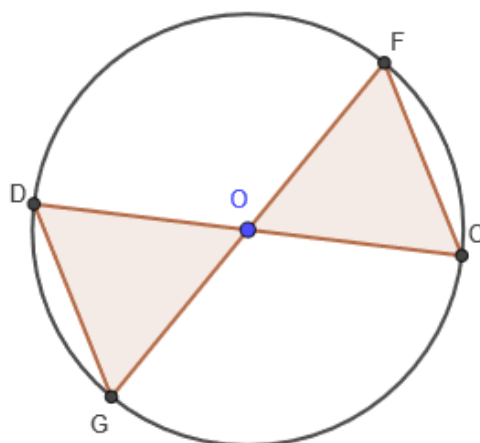
Medianas de un triángulo: Son los segmentos que unen los puntos medios de los lados con el vértice opuesto correspondiente a cada lado.

Mediatrices de un triángulo: Son rectas y son las mediatrices correspondientes a cada uno de los lados.

Bisectrices de un triángulo: Son semirrectas y son bisectrices correspondientes a

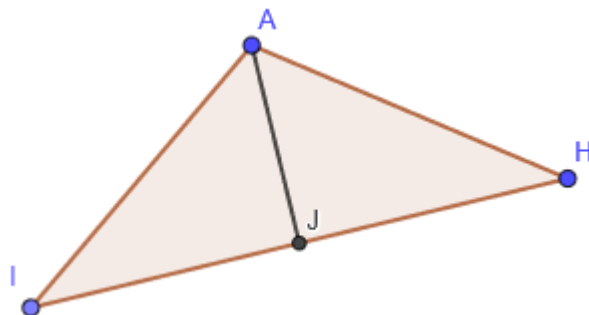
Problema 8

En el dibujo se muestra la circunferencia de radio **OF** y centro **O**. Los segmentos **GF** y **DC** son diámetros. ¿Cómo son los triángulos **DOG** y **FOC**? Justificá tu respuesta.



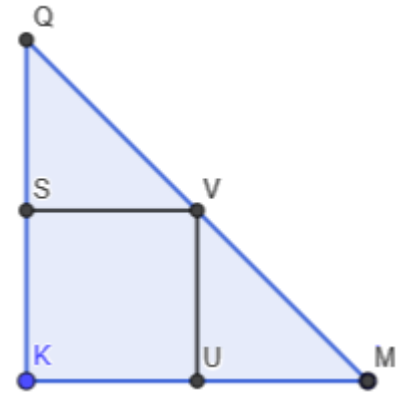
Problema 9

El triángulo **IAH** es isósceles y $\overrightarrow{AJ}$ bisectriz del ángulo. ¿Cómo son los triángulos **IAJ** y **JAH**? Justificá la respuesta.



Problema 10

El triángulo **KQM** es isósceles y rectángulo; **V**, **S** y **U** son puntos medios de los lados del triángulo. ¿Son los triángulos **QSV** y **VUM** congruentes? Justificá la respuesta.



Bibliografía consultada

Borsani, V., Lamela, C., Murúa, R., Sesa, C. (coord.) (2015). *Hacer Matemática 1/2*.
Boulogne: Estrada

Broitman, C., Itzcovich, H., Becerril, M. M., García, P., Grimaldi, V., Ponce, H. (2015)
Matemática en secundaria 1° Caba / 2° Es -1ra. edición- Ciudad autónoma de Bs.
As.: Santillana

Agrasar M., Crippa Ana L., Díaz A., Chemello G. (coord) (2015) *II Matemática*. Bs.As.
Longseller