Funciones Trigonométricas

Esta semana cerramos el estudio de las funciones trigonométricas estudiando funciones de la forma:

$$f(x) = sen(x + C) + D \qquad f(x) = cos(x + C) + D$$

con C y D números reales, para luego estudiar algunos casos generales. Es decir, funciones de la forma:

$$f(x) = A.sen(Bx + C) + D \qquad f(x) = A.sen(Bx + C) + D$$

Como en las semanas anteriores, te proponemos una serie de videos donde desarrollaremos los temas y presentaremos ejemplos.

También te recordamos que es importante que estés al día con los temas de las semanas anteriores para realizar el trabajo que te proponemos acá.

Estudio de $f(x) = sen(x + C)$ y $f(x) = cos(x + C)$

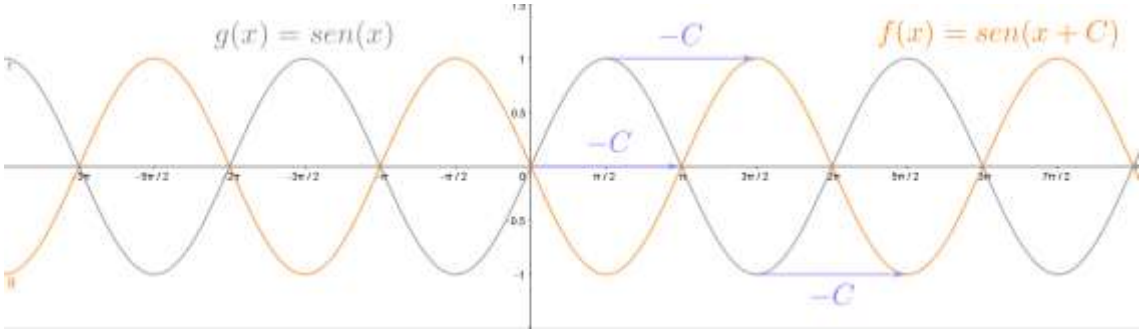
Te proponemos el siguiente video en donde estudiamos cómo el parámetro C modifica las funciones seno y coseno:

Video: $f(x) = sen(x + C)$ **y** $f(x) = cos(x + C)$

En resumen, si $C \in \mathbb{R}$, dada una función de la forma $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = sen(x + C)$:

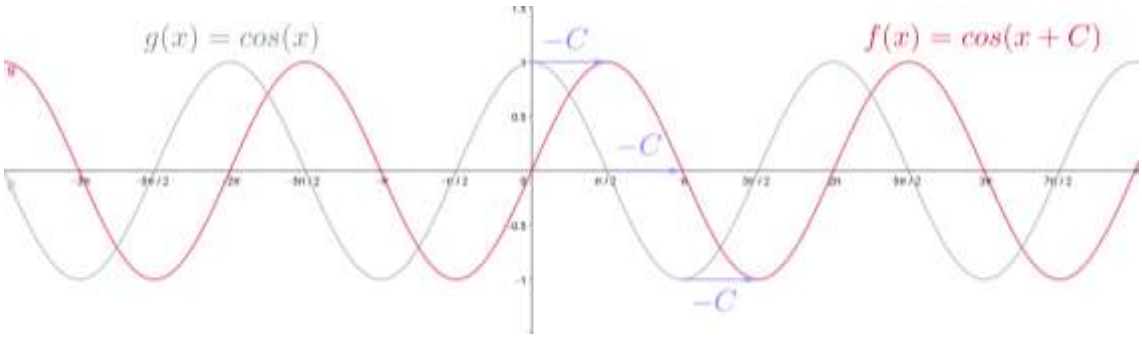
- Su imagen será el conjunto: $\mathrm{Im}f = [-1; 1]$
- Su período será 2π
- Su amplitud será 1
- Su conjunto de ceros: $C^0 = \{x \in \mathbb{R} / x = -C + k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\}$
- Alcanzará máximo en 1 para los puntos de abscisa: $\left\{-C + \frac{\pi}{2} + 2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
- Alcanzará mínimo en -1 para los puntos de abscisa: $\left\{-C + \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\right\}$

De lo anterior se deduce que su gráfica será igual a la del seno, pero desplazada C unidades hacia la derecha (si $C < 0$) o hacia la izquierda (si $C < 0$).



Resultados similares se obtienen en el caso de $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, \boldsymbol{f(x) = cos(x + C)}$:

- Su imagen será el conjunto: $\mathrm{Im} f = [-1; 1]$
- Su período será 2π
- Su amplitud será 1
- Su conjunto de ceros: $C^0 = \left\{x \in \mathbb{R} / x = -C + \frac{\pi}{2} + k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\right\}$
- Alcanzará máximo en 1 para los puntos de abscisa: $\{-C + 2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\}$
- Alcanzará mínimo en -1 para los puntos de abscisa: $\{-C + \pi + 2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\}$



Estudio de $f(x) = sen(x) + D$ y $f(x) = cos(x) + D$

En este video estudiamos cómo afecta el parámetro D a las funciones seno y coseno:

Video: $f(x) = sen(x) + D$ y $f(x) = cos(x) + D$

En resumen,

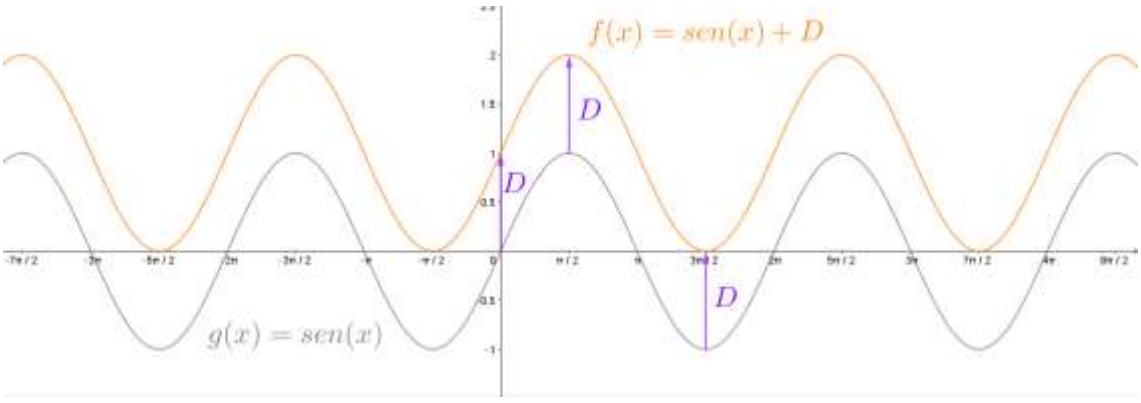
En resumen, si $D \in \mathbb{R}$:

Dada una función de la forma $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = sen(x) + D$

(o $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R} \,/\, f(x) = \cos(x) + D$):

- Su imagen será el conjunto: $\mathrm{Im} f = [-1 + D; 1 + D]$
- Su período será 2π
- Su amplitud será 1
- Para obtener su conjunto de ceros debemos resolver la ecuación $f(x) = 0$.
- Alcanzará máximo en $1 + D$ para los mismos puntos en los que los alcanza la función seno (o coseno): $\left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ $(o\ \{2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\})$.
- Alcanzará mínimo en $-1 + D$ para los mismos puntos en los que los alcanza la función seno (o coseno): $\left\{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\right\}$ $(o\{\pi + 2k\pi \wedge\ k \in \mathbb{Z}\})$

De lo anterior se deduce que su gráfica será igual a la del seno (o del coseno), pero desplazada D unidades hacia arriba (si $D > 0$) o hacia abajo (si $D < 0$).



Ejemplos:

En el siguiente video desarrollamos algunos ejemplos en donde integramos el trabajo de las tres semanas. Estos ejemplos te van a resultar útiles para resolver los ejercicios de la Actividad 3.

Videos: Ejemplos integradores

■