En la actividad anterior vimos cómo calcular la función derivada, y lo aplicamos a diversos ejemplos. Tomando lo hecho podemos señalar que:

Si $f(x) = x \Rightarrow f'(x) = 1$

Si $f(x) = x^2 \Rightarrow f'(x) = 2x$

Si $f(x) = x^3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2$

De manera análoga, aunque es un poco más complicada las cuentas, se demuestra que

Si $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$ y esto primero se demuestra para todo n perteneciente a los números naturales y luego, utilizando otros resultados, se ve que vale para todo n en el conjunto de los números reales, es decir que:

Si $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n.x^{n-1} \quad \forall n \in \Re$

Si $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n.x^{n-1} \quad \forall n \in \Re$

También se puede demostrar, aplicando la definición de derivada, que la derivada de una suma (o resta) de funciones cualesquiera, es igual a la suma (o resta) de las derivadas de esas funciones

Es decir:

$$\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x)+g'(x)$$

$$\left(f(x)-g(x)\right)' = f'(x)-g'(x)$$

Del mismo modo se puede demostrar que si multiplico a una función por una constante, y luego derivo, eso es lo mismo que la constante multiplicada por la derivada de la función:

$$(c.f(x))' = c.f'(x)$$

Por ejemplo, en la Actividad anterior vimos, usando la definición de derivada, es decir calculando el límite del cociente incremental cuando el incremento tiende a cero, que si

$$f(x) = x^3 - x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 - 1$$

Veamos como calcularla aplicando estas Reglas de Derivación que hemos visto ahora:

$$f(x) = x^3 - x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = (x^3 - x)' \Rightarrow \quad f'(x) = (x^3)' - (x)' \Rightarrow \quad f'(x) = 3x^2 - 1$$

Otro ejemplo: Usando la definición vimos que si $f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Usando las reglas de derivación vemos que:

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = (x^{\frac{1}{2}})' \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{2} x^{\frac{1}{2}-1} \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Este último es un ejemplo que nos da la idea de cómo derivar una raíz cualquiera sea el índice de esta, por ejemplo $\sqrt[3]{x}$. (Recordar que $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$)

<u>EJ1</u>: Usando las reglas de derivación conocidas hasta ahora calcular la derivada de cada una de las funciones indicadas:

i) $f(x) = x^7$

ii) $f(x) = 2x^5$

iii) $f(x) = 4x^6 - 5x$

iv) $f(x) = 4\sqrt{x}$

v) $f(x) = \dfrac{x^2}{4} + 6\sqrt[3]{x}$

vi) $f(x) = -2x^6 + 5x^3 + 2x + 1$

EJ2:

Para la función $f(x) = x^3 - 3x + 2$ calcular la función derivada, calcular el conjunto de ceros de la derivada, y el conjunto de positividad y negatividad de la derivada.

Indicar en qué puntos la función alcanza un extremo local (máximo o mínimo)

Indicar el Intervalo de Crecimiento y de Decrecimiento de la función.

EJ3:

a) Hallar los intervalos de crecimiento, de decrecimiento y extremos de las siguientes funciones.

i) $f(x) = 2x^4 - 4x^2$

ii) $g(x) = 2x^4 - x$

iii) $h(x) = -x^4 + 2x^3$

iv) $p(x) = -3x^5 + 5x^3$

b) Para las mismas funciones, hallar los ceros

c) Con los datos calculados en el ítem a) y b), trazar un gráfico aproximado de la función.

EJ4:

Demostrar que la función no tiene extremos y es creciente en todo su dominio

$f(x) = 2x^5 + x^3 + 5x - 4$