

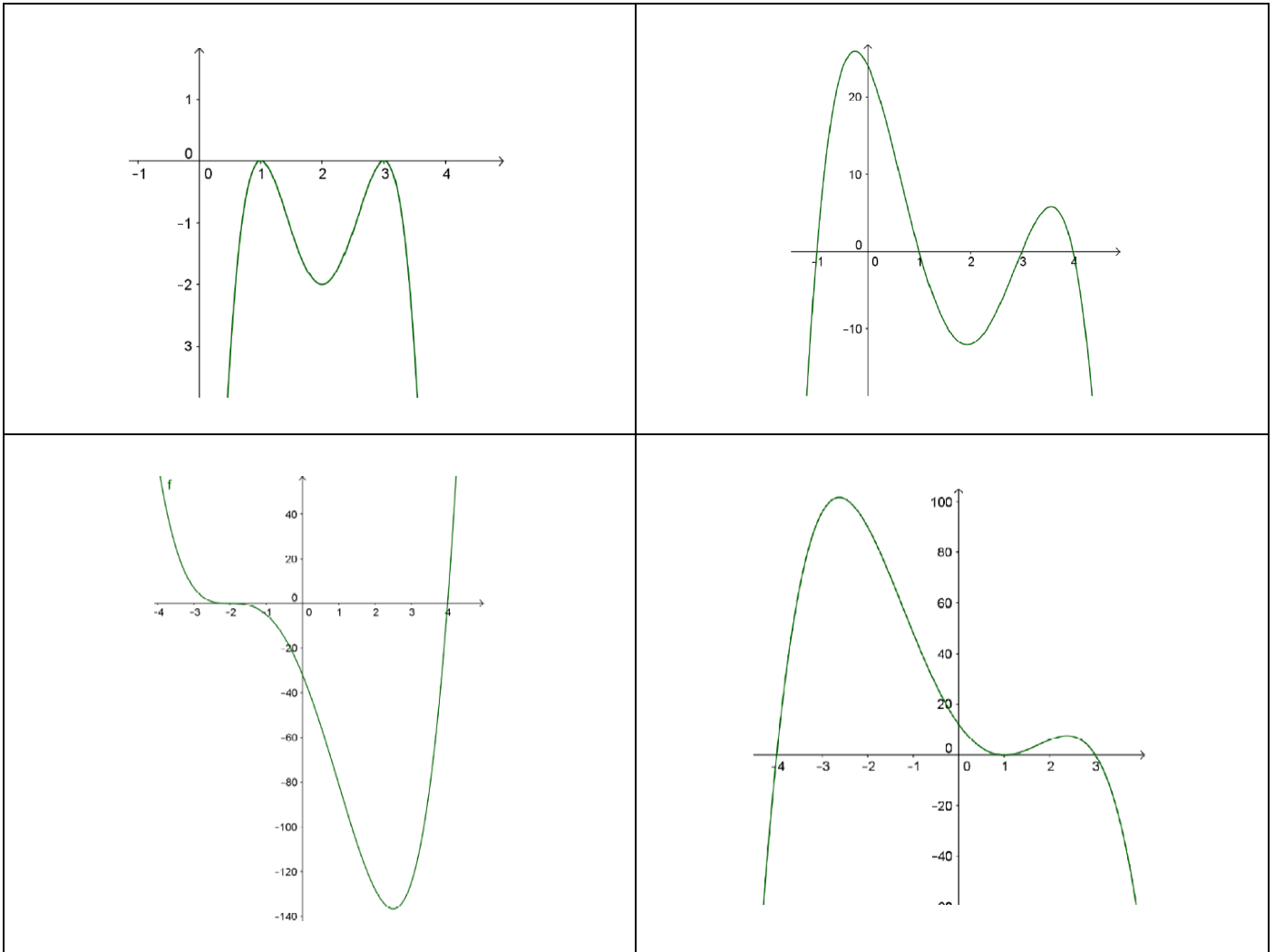
Actividad 3

Ejercicio 1

Ingresen al siguiente [enlace](#) y exploren los gráficos que resultan del producto de dos funciones cuadráticas.

Ejercicio 2

Propongan una fórmula para cada gráfico



Ejercicio 3

Propongan la fórmula de una función polinómica de grado 4 cuyo conjunto de positividad sea $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$

División de polinomios

En varios ejercicios de la actividad anterior nos daban una función polinómica $h(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (polinomio de grado 3) y una función lineal $f(x)$, y nos pedían que expresemos h como producto de dos funciones, es decir $ax^3 + bx^2 + cx + d = f(x) \cdot g(x)$.

Observen que $g(x) = (ax^3 + bx^2 + cx + d) : f(x)$

Con un procedimiento similar a la división que aprendieron en la escuela primaria, el siguiente [video](#) les enseña cómo realizar la operación: $(ax^3 + bx^2 + cx + d) : f(x)$.

Ejercicio 4: Utilicen lo que aprendieron en el video anterior para hallar $g(x)$ en cada caso:

a) $2x^4 - x^3 - 4x^2 + 5x + 3 = (2x + 3) \cdot g(x)$

b) $6x^3 + 21x^2 - 3x + 36 = (2x^2 - x + 3) \cdot g(x)$

c) $2x^4 + 8x^2 - 64 = (2x^2 + 16) \cdot g(x)$

Respuestas

a) $g(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1$ b) $g(x) = 3x + 12$ c) $g(x) = x^2 - 4$

División de polinomios con divisor de la forma: $x - r$

Cuando el divisor es de la forma $x - r$ se puede utilizar un procedimiento más sencillo para hallar el cociente de la división. Se trata de la **regla de Ruffini**ⁱ. Les dejamos el siguiente [video](#) con varios ejemplos para aprender a usarla.

Vamos a justificar matemáticamente la regla de Ruffini.

Consideremos el polinomio $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ con raíz r .

Podríamos expresarlo de la siguiente manera $P(x) = (x - r)(Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = (x - r)(Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)$$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx - Arx^3 - Brx^2 - Crx + Dr$$

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = Ax^4 + (B - Ar)x^3 + (C - Br)x^2 + (D - Cr)x + Dr$$

$$A = a \quad b = B - Ar \quad c = C - Br \quad d = D - Cr \quad e = Dr$$

$A = a$	$B = b + Ar$	$C = c + Br$	$D = d + Cr$
---------	--------------	--------------	--------------

Lo que hicimos fue hallar los coeficientes (A, B, C y D) del cociente de la división $(ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e) : (x - r)$

Observen con atención y noten que hay una regularidad entre los coeficientes del cociente y del dividendo. La **regla de Ruffini** utiliza esta regularidad para hallar más fácilmente esos coeficientes.

	a	b	c	d	e
		Ar	Br	Cr	
r	$A = a$	$\underbrace{b + Ar}_B$	$\underbrace{c + Br}_C$	$\underbrace{d + Cr}_D$	

Ejercicio 5

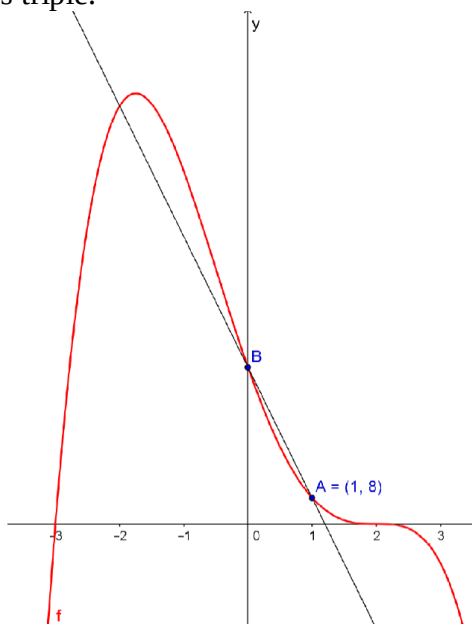
a) El conjunto de positividad de la función polinómica $h(x) = -8x^4 + 36x^3 + 54x^2 - 329x + 147$ es $\left(-3; \frac{1}{2}\right)$,

- a₁) expresen h como producto de tres funciones lineales.
- a₂) Hallen el conjunto de negatividad de h .

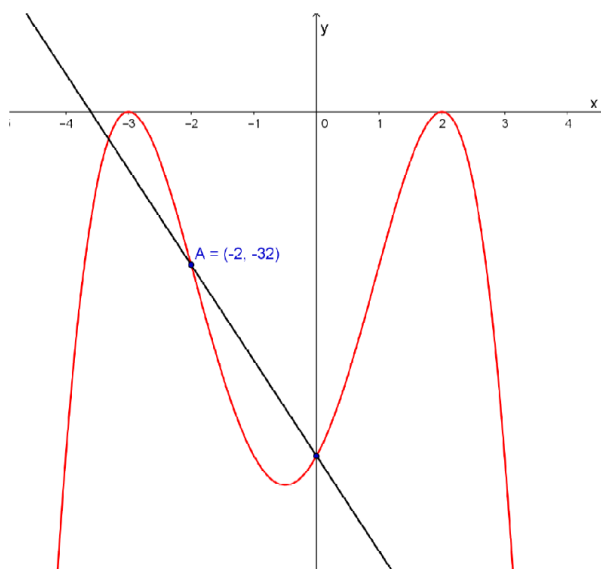
b) El conjunto de positividad de la función $h(x) = 4x^4 - 28x^3 - 15x^2 + 448x - 784$ es $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$. Hallen el conjunto de negatividad de h .

c) Hallen en cada caso la fórmula de la recta que interseca al gráfico de la función polinómica f de grado 4.

c₁) -3 y 2 son raíces de f , 2 es triple.



c₂) -2 y 2 son raíces de f .



Respuestas

a) a₁) $h(x) = -8(x+3)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{7}{2}\right)^2$ a₂) $C_h^- = (-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$

b) $C_h^- = \left(-4; \frac{7}{2}\right) \cup \left(\frac{7}{2}; 4\right)$

c) c₁) $y = -40x + 48$ c₂) $y = -20x - 72$

Teorema del resto

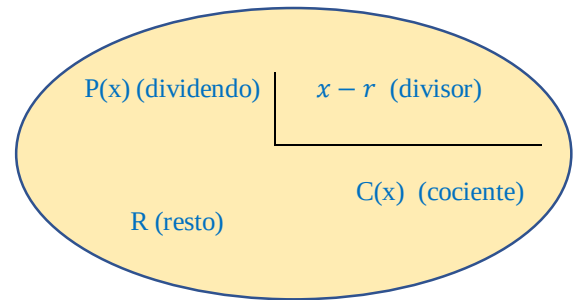
El resto de la división $P(x): (x - r)$ es $P(r)$.

Demostración:

Por el algoritmo de la división $P(x) = C(x) \cdot (x - r) + R$ para todo x .

Si $x = r$ nos queda $P(r) = C(r) \cdot \underbrace{(r - r)}_0 + R$, por lo tanto

$$P(r) = R.$$



Ejercicio 6

Hallen el resto de la división $(4x^8 - 2x^5 + 3x^2 + x - 7): (x + 1)$.

Solución

Si aplicamos el Teorema del resto no será necesario realizar la división para conocer el resto.

El resto de la división es $4(-1)^8 - 2(-1)^5 + 3(-1)^2 - 1 - 7 = 1$.

Ejercicio 7

Expliquen por qué el resultado de la última columna en la regla de Ruffini coincide con el resto de la división.

Solución

	a	b	c	d	e
r		Ar	Br	Cr	Dr
	$A = a$	$\underbrace{b + Ar}_B$	$\underbrace{c + Br}_C$	$\underbrace{d + Cr}_D$	$e + Dr$

Consideremos $e + Dr$ y reemplacemos las expresiones anteriores,

$$e + (d + Cr)r$$

$$e + (d + (c + Br)r)r$$

$$e + (d + (c + (b + ar)r)r)r$$

$$e + (d + (c + br + ar^2)r)r$$

$$e + (d + cr + br^2 + ar^3)r$$

$$e + dr + cr^2 + br^3 + ar^4 = P(r) = \text{Resto} \quad (\text{Teorema del resto})$$

ⁱ Paolo **Ruffini** (Valentano, Italia, 22 de septiembre de 1765-Módena, Italia, 10 de mayo de 1822) fue un **matemático**, filósofo y médico italiano.