

NÚMEROS RACIONALES – Actividad 3

Ejercicio 1

Para resolver la ecuación

$$\frac{3}{2}a = 4$$

tres amigos usaron diferentes estrategias.

<i>Ada pensó:</i>	<i>Brian pensó:</i>	<i>Cata pensó:</i>
Como $\frac{3}{2}a = 4$ entonces $\frac{1}{2}a = \frac{4}{3}$ Es decir, $a = \frac{8}{3}$	Como $\frac{3}{2}a = 4$, multiplico por el inverso de $\frac{3}{2}$ en ambos miembros: Como $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}a = \frac{2}{3} \cdot 4$ entonces $a = \frac{8}{3}$	Como $\frac{3}{2}a = 4$ entonces $a = 4 : \frac{3}{2}$ Entonces $a = 4 \cdot \frac{2}{3}$ $a = \frac{8}{3}$

Resolvé las siguientes ecuaciones con alguna de las estrategias anteriores:

a) $\frac{5}{4}x = \frac{3}{2}$

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5}x = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{12}{10}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

b) $6x = \frac{8}{5}$

$$x = \frac{8}{5} : 6$$

$$x = \frac{8}{5} \cdot \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{4}{15}$$

$$c) \frac{3}{2}x = -\frac{5}{6}$$

$$x = -\frac{5}{6} : \frac{3}{2}$$

$$x = -\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3}$$

$$x = -\frac{10}{18}$$

$$x = -\frac{5}{9}$$

Ejercicio 2

Maxi leyó en una revista que en el British Museum de Londres había expuesto un papiro egipcio de aproximadamente del siglo XX a.C. conocido como el *papiro de Ahmes*. El papiro tenía problemas pensados para estudiantes y la revista publicaba dos de estos problemas:

Problema 24: “Calcular el valor de *aha* si *aha* y una séptima parte del *aha* es diecinueve.”

Problema 30: “El valor de *aha* más dos terceras partes de *aha* más la mitad de *aha* más una séptima parte de *aha* es treinta y siete.”

Leyendo el problema 24, Maxi se preguntó cómo podía resolverlo si no sabía lo que era un *aha*.

“No hay problema - le dijo su hermano –podés escribir x en lugar de *aha* y te queda: $x + \frac{1}{7}x = 19$ ”

a. ¿Cuánto vale *aha* en el problema 24?

$$x + \frac{1}{7}x = 19$$

$$\frac{7}{7}x + \frac{1}{7}x = 19$$

$$\frac{8}{7}x = 19$$

$$x = 19 \cdot \frac{7}{8}$$

$$x = \frac{133}{8}$$

- b. ¿Escribí una ecuación que permita resolver el problema 30 del papiro y resolvela?

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{7}x = 37$$

$$\frac{42}{42}x + \frac{28}{42}x + \frac{21}{42}x + \frac{6}{42}x = 37$$

$$\frac{97}{42}x = 37$$

$$x = 37 : \frac{97}{42}$$

$$x = 37 \cdot \frac{42}{97}$$

$$x = 37 \cdot \frac{42}{97}$$

$$x = \frac{1554}{97}$$

Recordá

Resolver una ecuación significa encontrar el o los valores de las **incógnitas** que hacen verdadera la igualdad. Estos valores son la **solución** de la ecuación.

Una ecuación puede tener una solución, algunas soluciones, infinitas o no tener solución. Todos los valores que son solución de una ecuación se conocen como su **conjunto solución**.

Por ejemplo:

- La ecuación $2(x - 4) + 3 = \frac{1}{2}(x + 8) - 1$ tiene como conjunto solución $S = \left\{\frac{16}{3}\right\}$.
- La ecuación $2\left(\frac{x}{2} + \frac{4}{7}\right) - 1 = x - \frac{1}{7}$ no tiene solución. Lo anotamos $S = \emptyset$.
- La ecuación $9x + 18 = 3(3x + 6)$ tiene como solución cualquier número racional. Lo anotamos $S = \mathbb{Q}$.

Ejercicio 3

Resolvé las siguientes ecuaciones e indicá el conjunto solución.

a) $\frac{3}{4}x - \frac{2}{3} = \frac{28}{3}$

$$\frac{3}{4}x = \frac{28}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{4}x = \frac{30}{3}$$

$$x = \frac{30}{3} : \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{30}{3} \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{10}{1} \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{40}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{40}{3} \right\}$$

$$b) \frac{7}{4}x + \frac{1}{5}x = \frac{19}{10}$$

$$\frac{35}{20}x + \frac{4}{20}x = \frac{19}{10}$$

$$\frac{39}{20}x = \frac{19}{10}$$

$$x = \frac{19}{10} : \frac{39}{20}$$

$$x = \frac{19}{10} \cdot \frac{20}{39}$$

$$x = \frac{19}{10} \cdot \frac{20}{39}$$

$$x = \frac{38}{39}$$

$$S = \left\{ \frac{38}{39} \right\}$$

$$c) 9 + 5 \left(x + \frac{1}{3} \right) = 13\frac{1}{6}$$

$$13\frac{1}{6} = \frac{13 \cdot 6 + 1}{6} = \frac{79}{6}$$

$$9 + 5x + 5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{79}{6}$$

$$9 + 5x + \frac{5}{3} = \frac{79}{6}$$

$$5x = \frac{79}{6} - \frac{5}{3} - 9$$

$$5x = \frac{79}{6} - \frac{10}{6} - \frac{54}{6}$$

$$5x = \frac{15}{6}$$

$$x = \frac{15}{6} : 5$$

$$x = \frac{15}{6} \cdot \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{\overset{1}{\cancel{15}}}{\underset{\overset{3}{\cancel{6}}}{2}} \cdot \frac{1}{\underset{1}{\cancel{5}}}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$d) \frac{x+2}{3} - \frac{x+4}{2} = -\frac{1}{6}(x+8)$$

$$\frac{2(x+2)}{6} - \frac{3(x+4)}{6} = -\frac{1}{6} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot 8$$

$$\frac{2(x+2)}{6} - \frac{3(x+4)}{6} = -\frac{1}{6} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot 8$$

$$(x+2) \frac{2}{6} - (x+4) \frac{3}{6} = -\frac{1}{6} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot 8$$

$$\frac{2}{6}x + 2 \cdot \frac{2}{6} - \frac{3}{6}x - 4 \cdot \frac{3}{6} = -\frac{1}{6} \cdot x - \frac{1}{6} \cdot 8$$

$$\frac{2}{6}x + \frac{\overset{4}{\color{red}{4}}}{\color{red}{6}} - \frac{3}{6}x - \frac{\overset{12}{\color{green}{12}}}{\color{green}{6}} = -\frac{\overset{1}{\color{violet}{1}}}{\color{violet}{6}} \cdot x - \frac{8}{6}$$

$$\frac{2}{6}x - \frac{3}{6}x + \frac{\overset{1}{\color{violet}{1}}}{\color{violet}{6}} \cdot x = -\frac{8}{6} - \frac{\overset{4}{\color{red}{4}}}{\color{red}{6}} + \frac{\overset{12}{\color{green}{12}}}{\color{green}{6}}$$

$$\frac{2-3+1}{6}x = \frac{-8-4+12}{6}$$

$$0x = 0$$

$$0 = 0$$

$$S = \mathbb{Q}$$

e) $(x - 2)(2x + 3) = 0$

Cuando en una ecuación hay un producto cuyo resultado es 0, basta con que uno de los factores sea igual a 0. Por ejemplo $3 \cdot 0 \cdot 5 \cdot (-12) \cdot 15 \cdot \frac{2}{5} \cdot 8 = 0$ porque el segundo factor es 0.

Por lo tanto, para resolver esta ecuación, alcanzaría con que el primer factor $(x-2)$ sea igual a 0 o que el segundo factor sea igual a 0.

$$\begin{array}{l} (x - 2)(2x + 3) = 0 \\ \downarrow \qquad \qquad \searrow \\ (x - 2) = 0 \qquad (2x + 3) = 0 \\ x - 2 = 0 \qquad 2x + 3 = 0 \\ x = 2 \qquad 2x = -3 \\ \qquad \qquad x = -\frac{3}{2} \end{array}$$

Podemos verificar con los valores obtenidos

$$\begin{array}{ll} (2 - 2)(2 \cdot 2 + 3) = 0 & \left(-\frac{3}{2} - 2\right)\left(2 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3\right) = 0 \\ (0) \cdot (7) = 0 & \left(-\frac{7}{2}\right) \cdot (0) = 0 \\ 0 = 0 & 0 = 0 \end{array}$$

$$S = \left\{-\frac{3}{2}; 2\right\}$$

$$\begin{aligned} f) \quad \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{x}{4} &= \frac{5}{4}\left(\frac{x}{3} - 1\right) \\ \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} - \frac{1}{4}x &= \frac{5}{4} \cdot \frac{x}{3} - \frac{5}{4} \cdot 1 \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}x &= \frac{5}{12} \cdot x - \frac{5}{4} \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{4}x - \frac{5}{12} \cdot x &= -\frac{5}{4} + \frac{1}{3} \\ \frac{8}{12}x - \frac{3}{12}x - \frac{5}{12} \cdot x &= -\frac{15}{12} + \frac{4}{12} \\ 0 \cdot x &= -\frac{11}{12} \\ 0 &= -\frac{11}{12} \end{aligned}$$

Por lo tanto, ningún número verificará la igualdad.

$$S = \emptyset$$

Ejercicio 4

- a) A la mitad de un número se le suma la tercera parte de su consecutivo, obteniéndose como resultado el número buscado, disminuido en dos unidades. ¿De qué número se trata?

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}(x + 1) = x - 2$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} = x - 2$$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x - x = -2 - \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{6}x + \frac{2}{6}x - \frac{6}{6}x = -\frac{12}{6} - \frac{2}{6}$$

$$-\frac{1}{6}x = -\frac{14}{6}$$

$$x = -\frac{14}{6} : \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$x = -\frac{14}{6} \cdot \left(-\frac{6}{1}\right)$$

$$x = 14$$

Se trata del número 14.

- b) El perímetro de un triángulo isósceles es igual a 39 cm. Cada lado congruente es igual a los $\frac{5}{3}$ de la base. ¿Cuál es la longitud de los lados del triángulo?

$$\frac{5}{3}x + \frac{5}{3}x + x = 39$$

$$\frac{5}{3}x + \frac{5}{3}x + \frac{3}{3}x = 39$$

$$\frac{13}{3}x = 39$$

$$x = 39 \cdot \frac{3}{13}$$

$$x = 9$$

La base mide 9cm y cada uno de los lados congruentes mide $\frac{5}{3} \cdot 9$, es decir 15 cm.

- c) Con los $\frac{5}{8}$ del barril se llenaron 80 botellas de $\frac{3}{4}$ litro. ¿Cuál es la capacidad del barril?

$$\frac{5}{8}x = 80 \cdot \frac{3}{4}$$

$$\frac{5}{8}x = 60$$

$$x = 60 \cdot \frac{8}{5}$$

$$x = 96$$

La capacidad del barril es de 96 litros.

- d) Se utilizaron la cuarta parte de las cerámicas para el piso del lavadero, la mitad de las que quedaban para el piso de la cocina. Si todavía hay $12m^2$, ¿cuántos metros cuadrados había inicialmente?

$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3}{4}x\right) + 12 = x \quad \frac{3}{4} \text{ representa al resto ya que es } 1 - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}x + \frac{3}{8}x - x = -12$$

$$\frac{2}{8}x + \frac{3}{8}x - \frac{8}{8}x = -12$$

$$-\frac{3}{8}x = -12$$

$$x = -12 \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)$$

$$x = 32$$

Inicialmente había $32 m^2$.

Ejercicio 5

Laura trabaja en una empresa constructora que hace edificios de departamentos. Tiene que preparar el pedido de litros de pinturas para pintar varios edificios. Todavía no le informaron cuantos litros tienen que comprar en total, pero sabe que cada 25 litros de pintura, 5 litros tienen que ser de pintura blanca.

- a) ¿Cuántos litros de pintura blanca tendrá que comprar si le piden 100 litros de pintura total?
¿Y para 20 litros?

Si para 25 litros de pintura tienen que haber 5 blancas, para 100 litros, que son $25 \cdot 4$, tendrá que comprar $5 \cdot 4 = 20$ litros de pintura blanca.

Para 5 litros de pintura ($25 : 5$) se necesitarán $5 : 5 = 1$ litro de pintura blanca.

- b) Para un edificio compraron 185 litros de pintura ¿Cuántos litros de pintura blanca compraron?

$$\frac{185}{25} \cdot 5 = 37$$

Se compraron 37 litros de pintura blanca.

- c) Para otro edificio, llegaron 35 litros de pintura blanca ¿Cuántos litros de pintura encargó Laura para ese edificio?

$$\frac{35}{5} \cdot 25 = 175$$

Encargó 175 litros.

- d) Pablo dice que la cantidad de pintura blanca es el 20% del total de Pintura. Laura dice que es $\frac{1}{5}$ del total ¿Quién tiene razón?

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

Por lo tanto, los dos tienen razón.

Recordá

El *porcentaje* se usa para representar una proporción en la que se considera a 100 como la cantidad de referencia. Se simboliza con el signo %.

Así, por ejemplo, si nos dicen que el 15% de un importe son impuestos, significa que $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ del total de ese importe corresponden a impuestos.

Ejercicio 6

Decidí si estas afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificá tus respuestas.

- a) Calcular la mitad de 24 890 es lo mismo que calcular el 50% de 24 890.

$$24890:2= 12445$$

$$24890 \cdot 50 / 100 = 12445$$

VERDADERA

- b) Para calcular el 10% de una cantidad se puede multiplicar esa cantidad por $\frac{1}{10}$.

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$$

VERDADERA

- c) Para calcular el 20% de 350 se puede multiplicar 350 por $\frac{1}{20}$.

$$20\% = \frac{20}{100} = \frac{4}{20}$$

FALSA

- d) Calcular $\frac{3}{4}$ de una cantidad equivale a calcular el 25% de esa cantidad.

$$\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$$

FALSA

- e) Para hallar el 45% de 3600 se puede calcular $360 + 360 + 360 + 360 + 180 = 1620$.

$$45\% \cdot 3600 = \frac{45}{100} \cdot 3600 = 1620$$

$$360 + 360 + 360 + 360 + 180 = 1620$$

VERDADERA

- f) Para calcular el 25% de un número a , se puede calcular $\frac{a}{4}$

$$25\% \cdot a = \frac{25}{100} \cdot a = \frac{1}{4} \cdot a = \frac{a}{4}$$

VERDADERA

g) Para calcular el 35 % de 7 543, se puede calcular $7\,543 \cdot 0,35$.

$$35\% \cdot 7543 = \frac{35}{100} \cdot 7543 = 0,35 \cdot 7543$$

VERDADERA

Ejercicio 7

En cada caso, escribí una sola cuenta que te permita responder la pregunta y respondela.

Pregunta	Cuenta	Respuesta
¿Cuál es el 48% de 2750?	$\frac{48}{100} \cdot 2750 = 48 : 100 \cdot 2750$	1320
¿Cuál es el 1,5% de 280?	$1,5\% \cdot 280 = \frac{1,5}{100} \cdot 280 = 1,5 : 100 \cdot 280$	4,2
¿Cuál es el 123% de 400?	$123\% \cdot 400 = \frac{123}{100} \cdot 400 = 123 : 100 \cdot 400$	492
¿De qué número 129 es el 30%?	$129 : \frac{30}{100} = 129 \cdot \frac{100}{30} = 129 \cdot 100 : 30$	430
¿De qué número 2,4 es el 250 %?	$2,4 : \frac{250}{100} = 2,4 \cdot \frac{100}{250} = 2,4 \cdot 100 : 250$	0,96
¿Qué porcentaje es 17 de 25?	$\frac{17}{25} \cdot 100 = 17 : 25 \cdot 100$	68 %
¿Qué porcentaje es 7 de 8?	$\frac{7}{8} \cdot 100 = 7 : 8 \cdot 100$	87,5 %

Ejercicio 8

Paloma atiende un negocio que hace un descuento por pago en efectivo y un recargo si paga en cuotas.

- a) Un cliente hizo una compra de \$1300 y pago en efectivo. Para saber cuánto debía cobrarle, Paloma calculó $1300 \cdot 0,85 = 1105$ y le cobró \$1105. ¿Es posible saber, a partir de la cuenta que hizo Paloma, cuál fue el descuento que realizó?

Si pagó el 85%, se le descontó 15%. Otra forma es $1300 - 1105 = 195$

$$\frac{195}{1300} \cdot 100 = 15$$

- b) ¿Qué operación debe hacer para calcular el importe a cobrar al hacer un 35% de descuento?
¿Y una rebaja del 20%?

$$x - x \cdot \frac{35}{100} = x \cdot \left(1 - \frac{35}{100}\right) = x \cdot \frac{65}{100} = x \cdot 0,65$$

$$x - x \cdot \frac{20}{100} = x \cdot \left(1 - \frac{20}{100}\right) = x \cdot \frac{80}{100} = x \cdot 0,80$$

- c) Si un cliente abona en cuotas, el comercio le hace un recargo del 15% ¿Qué cuenta debe hacer paloma para calcular el recargo del 15% sobre el total?

$$x + x \cdot \frac{15}{100} = x \cdot \left(1 + \frac{15}{100}\right) = x \cdot \frac{115}{100} = x \cdot 1,15$$

Ejercicio 9

La tarjeta de crédito de Carlos tiene una promoción en librerías. A cualquier libro que compre los miércoles le hace un reintegro en su cuenta del 20% del precio que le cobre la librería.

- a) Una librería cobra un recargo del 20 % sobre el precio en efectivo si se abona en tres cuotas. ¿Le cuesta lo mismo comprar un libro en efectivo cualquier día que comprarlo con tarjeta de crédito un miércoles?

Efectivo cualquier día: x

Con tarjeta el miércoles: $x \cdot 1,20 \cdot 0,80 = x \cdot 0,96$

No le cuesta lo mismo.

- b) Otra librería no cobra recargo por pagar en tres cuotas. Este mes, un libro que le interesa a Carlos tiene una promoción del 10% sobre su precio de lista. Si Carlos lo compra con su tarjeta de crédito ¿Qué descuento total recibe sobre el precio de lista?

$$x \cdot 0,90 \cdot 0,80 = x \cdot 0,72$$

Descuento: $1 - 0,72 = 0,28$

Recibe el 28% de descuento.

Más ejercicios para practicar:

1. Encontrá el valor de k si se sabe que $x = -\frac{1}{2}$ es la solución de la ecuación

$$\frac{4x}{k} - 5 = 6(2 - x) \qquad k = -\frac{1}{10}$$

2. Resolvé las siguientes ecuaciones e indicá el conjunto solución:

$$a) (2x - 4) : \left(-\frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4} = -\frac{2}{5}x \qquad x = \frac{175}{72}$$

$$b) \frac{7}{5} \left(\frac{10}{21}x - \frac{5}{2}\right) - \frac{3}{2}x : (-2) = x \qquad x = \frac{42}{5}$$

$$c) 2 \cdot (x - 3) - 3 \cdot \left(\frac{1}{3}x - 4\right) = 5 \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) - 4x \qquad S = \emptyset$$

$$d) \frac{2}{5} + 0,2x = 0,8 \left(\frac{1}{2} + x\right) - \frac{2}{5}x \qquad x = 0$$

$$e) (9x - 0,1)x = 0 \qquad x = \frac{1}{90} \text{ o } x = 0$$

$$f) \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{2}x + 1\right) - \frac{3}{2} \left(\frac{x}{4} - \frac{1}{2}\right) = 0 \qquad x = 2$$

3. Planteá y resolvé los siguientes problemas:

- a) De su sueldo mensual, Milena gasta un tercio en alquiler, las dos quintas partes del resto en impuestos y un quinto más en alimentos. Si aún puede ahorrar \$120, ¿a cuánto asciende su sueldo?

Su sueldo asciende a \$ 600.

- b) En la elección para presidente del centro de estudiantes un tercio de los alumnos votó por Martín, un 25 % por Clarisa y 120 alumnos por Lautaro. ¿Cuántos alumnos votaron en esta elección?

Votaron 288 alumnos.

- c) Dalia, Esteban y Franco se repartieron \$ 42 000 de modo que Dalia recibió el doble que Esteban y Franco las tres cuartas partes del total de los otros dos. ¿Cuánto dinero obtuvo cada uno?

Dalia obtuvo \$ 8000, Esteban \$ 8000 y Franco \$ 18000.

4. Natalia va de compras un día de ofertas.

- a) Compra una cartera por \$2400. Sobre este precio le hacen un descuento del 20% ¿Cuánto paga por la cartera?

Pagó \$ 1920.

- b) También compra una billetera cuyo precio de lista es \$ 900, pero con el descuento paga \$ 684 ¿Cuál es el descuento que le aplicaron a la billetera?

Le aplicaron 24% de descuento.

- c) Compra un abrigo cuyo precio de lista es de \$ 5600 y como lo paga en cuotas le recargan un 18% ¿Cuánto paga por el abrigo?

Por el abrigo paga \$ 6608.

5. Queremos comprar doce botellas de agua mineral. En los cuatro supermercados que conocemos el precio de cada botella es el mismo, pero ofrecen ofertas diferentes:
- El supermercado A nos ofrece un 15% de descuento sobre el total de la compra.
 - El supermercado B ofrece una oferta de tres botellas al precio de dos.
 - El supermercado C ofrece una oferta de cuatro botellas al precio de tres.
 - El supermercado D nos ofrece el 60% de descuento en la segunda unidad que compremos.

¿En qué supermercado nos conviene comprar?

En el supermercado B (paga $\frac{8}{12}$ del total, mientras que en el A paga $\frac{85}{100}$, en el C $\frac{9}{12}$ y en el D $\frac{70}{100}$).

Bibliografía consultada

- Negrin, Hugo y Mastroianni, Ana (coord.)(2018) , *Matemática 2*, Buenos Aires, Edelvi-
ves.
- Borsani, V.,Lamela, C., Murúa.R,Sesa, C.(coord.)(2015). *Hacer Matemática 1/2*. Bou-
longe: Estrada.